

ΤΑΣΟΣ ΑΝΘΟΥΛΙΑΣ

$$1+2=3$$

$$2+2=4$$

Προετοιμάστε το παιδί σας
για την Α' Δημοτικού
στα **Μαθηματικά**

Για παιδιά 4 έως 6 χρόνων



Εκδοτικός Οίκος
Α. Α. ΛΙΒΑΝΗ

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

Πρόλογος	9
----------------	---

ΜΕΡΟΣ ΠΡΩΤΟ

1. Τα Μαθηματικά είναι «δύσκολα»;	11
2. Τι είναι τα Μαθηματικά	14
3. Ο κόσμος του παιδιού	15
4. Εμπειρίες με υλικά – ασυνεχή και συνεχή	17
5. Εμπειρίες σχετικές με τις διαστάσεις, το σχήμα και το μέγεθος	19
6. Εμπειρίες σχετικές με τη χωρητικότητα, την αντιστοιχία και τη μέτρηση	23
7. Εμπειρίες σχετικές με τα ονόματα και τα σύμβολα των αριθμών	24
8. Το πλαίσιο της εργασίας μας με το παιδί	27

ΜΕΡΟΣ ΔΕΥΤΕΡΟ

1. Εμπειρίες με σχέσεις	31
2. Πρώτες εμπειρίες ταξινόμησης	34
3. Η έννοια του συνόλου	38
4. Άλλες ταξινομήσεις	47

ΜΕΡΟΣ ΤΡΙΤΟ

Πειραματικές και δημιουργικές δραστηριότητες

1. Παιχνίδια με την άμμο	55
2. Παιχνίδια με το νερό	59
3. Ζωγραφική, σχέδιο και κατασκευές	61

4. Μουσική και κίνηση 64
5. Παιχνίδια - κατασκευές 68

ΜΕΡΟΣ ΤΕΤΑΡΤΟ

1. Αντιστοιχία «ένα με ένα» 73
2. Άλλοι τύποι αντιστοιχίας 79
3. Η έννοια της διάταξης 81
4. Η έννοια του «περιέχεται» 88

ΜΕΡΟΣ ΠΕΜΠΤΟ

- Εισαγωγή στην έννοια του αριθμού 93

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Η εικόνα της μητέρας (κάποιες φορές και του πατέρα) που κάθε απόγευμα «βοηθάει» το μικρό παιδί στα μαθήματα του σχολείου είναι μια πολύ συνηθισμένη εικόνα στη χώρα μας. Μια εικόνα που συνοδεύεται από άγχος και εκνευρισμό, είτε γιατί το παιδί αργεί να τελειώσει τα γραπτά του είτε γιατί δεν καταλαβαίνει μια άσκηση είτε γιατί δεν μπορεί να μάθει «απέξω» το μάθημά του.

Η «βοήθεια» που προσφέρει ο γονιός στο παιδί στηρίζεται κυρίως στις αναμνήσεις που έχει ο ίδιος από τα σχολικά του χρόνια και σε κάποιες αόριστες και γενικόλογες «συμβουλές» του δασκάλου για το παιδί (να διαβάζει περισσότερο, να είναι πιο προσεκτικό, να κάνει καλύτερα γράμματα κλπ.).

Είναι φυσικό ο γονιός να μην έχει ιδιαίτερες γνώσεις παιδαγωγικής (τουλάχιστον σε επιστημονικό επίπεδο) και ακόμα πιο φυσικό να μην έχει καθόλου γνώσεις διδακτικής, δηλαδή τις γνώσεις που χρειάζεται για να βοηθήσει αποτελεσματικά το παιδί του στα μαθήματα του σχολείου.

Απ' την άλλη μεριά, ο δάσκαλος πολύ συχνά φορτώνει στο παιδί όλο το φταιξιμο για τις αδυναμίες του και μεταφέρει στους γονείς την ευθύνη της αντιμετώπισής τους.

Φυσικά, είναι αδύνατο (και παράλογο) κάθε γονιός να

μετατραπεί σε δάσκαλο για να βρει λύσεις στα γενικότερα προβλήματα της ελληνικής εκπαίδευσης, καθώς και στα ιδιαίτερα προβλήματα του παιδιού του. Μπορεί, όμως, να ακολουθήσει κάποιες απλές παιδαγωγικές και διδακτικές αρχές για να βοηθήσει το παιδί του να πλησιάσει εκείνες τις βασικές γνώσεις από τις οποίες εξαρτάται το εκπαιδευτικό του μέλλον: τα θεμέλια της γνωστικής του ανάπτυξης.

Σκοπός αυτής της σειράς των βιβλίων είναι:

α) Να παρουσιάσουν με απλό και κατανοητό τρόπο τις βασικές παιδαγωγικές και διδακτικές αρχές που χρειάζεται να γνωρίζει ένας γονιός για να βοηθήσει το παιδί του στα πρώτα του βήματα στο σχολείο.

β) Να προσφέρουν πρακτικές συμβουλές για τον τρόπο με τον οποίο ο γονιός θα αντιμετωπίσει την καθημερινή μελέτη του παιδιού του.

γ) Να δώσουν στον γονιό ένα έτοιμο υλικό για εξωσχολική βοήθεια και για έλεγχο της προόδου του παιδιού του.

ΜΕΡΟΣ ΠΡΩΤΟ

Τα Μαθηματικά και η ανάγνωση αποτελούν τις δύο βάσεις πάνω στις οποίες στηρίζεται η εκπαίδευση και η μορφωτική ανάπτυξη του παιδιού. Οποιοδήποτε πρόβλημα δημιουργηθεί στο παιδί προτού ολοκληρώσει την προσέγγισή του σ' αυτά τα δύο θέματα θα είναι καθοριστικά αρνητικό για όλη την παραπέρα εξέλιξή του¹.

1. Τα Μαθηματικά είναι «δύσκολα»;

Για τους περισσότερους γονείς τα Μαθηματικά αποτελούν μια άσχημη (έως εφιαλτική) σχολική εμπειρία. Η λεγόμενη «μαθηματικοφοβία»² έχει, δυστυχώς, πολύ μεγάλη εξάπλωση: δημιουργείται και συντηρείται από το ίδιο το ελληνικό σχολείο και τους εκπαιδευτικούς.

Τι θα πει, όμως, «εύκολο» και τι θα πει «δύσκολο»; Καθετί που καταλαβαίνουμε το θεωρούμε «εύκολο» και καθετί που δεν καταλαβαίνουμε το θεωρούμε «δύσκολο». Αυτή η κατανόηση, βέβαια, δεν εξαρτάται μόνο από τη

1. Για μια γενική θεώρηση, βλ. το βιβλίο μας *Τι ξέρετε για την ανατροφή και την εκπαίδευση των παιδιών σας*; (εκδ. «Νέα Σύνορα» – Α. Α. Λιβάνη, Αθήνα 2001).

2. Για μια αναλυτική ερμηνεία του όρου και των πραγματικών αιτιών της «μαθηματικοφοβίας», βλ. το βιβλίο του Βαγγέλη Πολυδούρη *Το ταμπού των συμβόλων* (Αθήνα 1976).

δική μας «εξυπνάδα» ή «προσπάθεια», αλλά εξαρτάται κυρίως από τον τρόπο με τον οποίο ο δάσκαλος μας εξηγεί το συγκεκριμένο γνωστικό αντικείμενο.

Για να το πούμε απλά: Μ' όποιον δάσκαλο καθίσεις, τέτοια γράμματα θα μάθεις... Και μετά, αυτοί οι ίδιοι δάσκαλοι σου λένε ότι εσύ φταις!

Όταν βλέπω κάποιες περισπούδαστες «έρευνες» σε σχολεία, που βγάζουν συμπεράσματα του είδους «μόνο το 30% των μαθητών της Β' Δημοτικού καταφέρνει να κάνει σωστά πρόσθεση και αφαίρεση», σκέφτομαι: «Μπράβο στα παιδιά! Το 30% κατάφερε να μάθει πρόσθεση και αφαίρεση παρά την προσπάθεια που κάνει το ελληνικό σχολείο για να μη μάθουν»...

Ας ξεκαθαρίσουμε λίγο τα πράγματα. Διεθνώς αναγνωρίζεται ότι ένα ποσοστό 4% των παιδιών έχει διάφορα (νοητικά κυρίως) σοβαρά προβλήματα. Επομένως, ένα τέτοιο ποσοστό αποτυχίας είναι δικαιολογημένο. Από κει και πέρα υπάρχουν παιδιά τα οποία μπορούν να μάθουν. Φυσικά, δεν θα έχουν όλα τις ίδιες ικανότητες ούτε την ίδια απόδοση. Αλλά θα πρέπει να μάθουν όσα το Υπουργείο Παιδείας θεωρεί βασικά και απαραίτητα. Εκτός, βέβαια, αν το Υπουργείο Παιδείας κάνει λάθος (επιβάλλει τη διδασκαλία αντικειμένων που είναι ακατάλληλα για τις συγκεκριμένες ηλικίες των παιδιών) – οπότε δεν φταίνε ούτε τα παιδιά ούτε οι δάσκαλοι, αλλά οι «αρμόδιοι» του Υπουργείου Παιδείας (και είναι πια καιρός να αλλάξουν).

Υπάρχει, όμως, και κάτι ακόμα χειρότερο (που, φυσικά, κανείς δεν το ομολογεί): Κανένας δάσκαλος ή νηπιαγωγός που τέλειωσε τα τελευταία δεκαπέντε χρόνια

ένα «πανεπιστημακού επιπέδου» Παιδαγωγικό Τμήμα δεν έχει ιδέα για το πώς μαθαίνει ένα παιδί τις βασικές μαθηματικές έννοιες και με ποιον τρόπο μπορεί να τις διδάξει.

Και ας μη μιλήσουμε για τη Δευτεροβάθμια Εκπαίδευση: Κανένας καθηγητής δεν άκουσε ποτέ στις Φυσικομαθηματικές Σχολές (όπου σπούδασε) γιατί πρέπει να διδάξει κάτι στα Μαθηματικά και με ποιον τρόπο πρέπει να το διδάξει, έτσι ώστε όλα τα παιδιά να το καταλάβουν.

Βέβαια, αυτή η κατάσταση δεν μπορεί να αποτελεί δικαιολογία για έναν εκπαιδευτικό. Εσείς θα δεχόσασταν ως δικαιολογία από τον καπετάνιο ενός πλοίου ότι βύθισε το πλοίο και έπνιξε το παιδί σας γιατί κάποιοι άλλοι έφταιγαν που δεν τον εκπαίδευσαν σωστά; Γιατί δέχεστε να δικαιολογείτε τους εκπαιδευτικούς; Αν δεν μπορούν να διδάξουν σωστά το παιδί σας, ας κάνουν κάποια άλλη, λιγότερο υπεύθυνη, δουλειά...

* * *

Σκοπός, όμως, αυτού του βιβλίου δεν είναι να κάνει κριτική στο εκπαιδευτικό μας σύστημα. Τα παραπάνω (ελάχιστα σε σχέση με αυτά που θα μπορούσε να πει κανείς) αναφέρθηκαν για έναν και μόνο λόγο: για να σας πείσουν ότι τα Μαθηματικά δεν είναι «δύσκολα». Απλώς το ελληνικό σχολείο δεν ξέρει πώς να τα διδάξει με τρόπο που όλα τα παιδιά να τα καταλάβουν.

Σκοπός αυτού του βιβλίου είναι να βοηθήσει εσάς τους γονείς να προετοιμάσετε το παιδί σας έτσι ώστε


να μην έχει κανένα πρόβλημα στα Μαθηματικά (ανεξάρτητα αν εσείς έχετε κάποιο πρόβλημα), ακόμα και αν η δασκάλα που θα έχει το παιδί σας στην Α΄ Δημοτικού είναι ή όχι ικανή να του διδάξει τις πρώτες βασικές έννοιες.

2. Τι είναι τα Μαθηματικά

Οι περισσότεροι νομίζουμε ότι τα Μαθηματικά είναι κάποιοι δύσκολοι «τύποι» που χρειάζονται αποστήθιση και κάποιες ασκήσεις που «οξύνουν» τη σκέψη. Όλα αυτά είναι λαθεμένα και δεν βοηθούν σε τίποτα την κατοπινή επιστημονική ή επαγγελματική δραστηριότητα ενός ανθρώπου.

Για παράδειγμα, δεν θα βρείτε κανέναν μηχανικό που να θυμάται «απέξω» τους τύπους υπολογισμού μιας κατασκευής ή που θα χρειάζεται να σπαζοκεφαλιάσει για την επίλυση κάποιας άσκησης.

Τα Μαθηματικά είναι απλώς ένας τρόπος σκέψης που εκφράζεται με κάποια ειδικά σύμβολα. Αυτόν τον τρόπο σκέψης πρέπει να μάθουν τα παιδιά, αφού κατανοήσουν τις βασικές μαθηματικές έννοιες και δεν δημιουργήσουν ψυχολογικές αναστολές για τα σύμβολα που χρησιμοποιούνται.

Σκεφτείτε κάτι απλό: Γιατί ένα παιδί πέντε χρόνων δεν έχει κανένα πρόβλημα να καταλάβει τη σημασία του πλήκτρου  στο βίντεο, ενώ ένα παιδί δώδεκα χρόνων δεν μπορεί να καταλάβει τη σημασία του συμβόλου \Rightarrow («συνεπάγεται») στα Μαθηματικά; Δύο είναι οι αιτίες:
α) Έχει ήδη δημιουργήσει ψυχολογικές αναστολές για

τα μαθηματικά σύμβολα και β) κανένας δεν του εξηγεί με τον κατάλληλο τρόπο τη σημασία αυτού του συμβόλου.

Για να ανακεφαλαιώσουμε: Τα Μαθηματικά είναι οι σχέσεις που υπάρχουν ανάμεσα στα αντικείμενα – σχέσεις οι οποίες εκφράζονται με σύμβολα.

Επομένως, ο ρόλος του γονιού είναι διπλός:

α) Να δώσει στο παιδί τις εμπειρίες που χρειάζεται για να αντιληφθεί τις σχέσεις των πραγμάτων.

β) Να μη δημιουργήσει στο παιδί ψυχολογικές αναστολές απέναντι στα σύμβολα που εκφράζουν αυτές τις σχέσεις.

3. Ο κόσμος του παιδιού

Στα πρώτα χρόνια της ζωής του παιδιού, ο κόσμος του είναι το σπίτι του, η οικογένειά του, η γειτονιά του, τα πράγματα που μπορεί να δει, να ακούσει, να μυρίσει, να αγγίξει, να γευτεί.

Οι πρώτες εμπειρίες του παιδιού θα μπορούσαν να ταξινομηθούν στις ακόλουθες κατηγορίες³:

- α) Εμπειρίες με υλικά – ασυνεχή και συνεχή.
- β) Εμπειρίες σχετικές με τις διαστάσεις, το σχήμα και το μέγεθος.
- γ) Εμπειρίες σχετικές με τη χωρητικότητα, την αντιστοιχία και τη μέτρηση.
- δ) Εμπειρίες σχετικές με τα ονόματα και τα σύμβολα των αριθμών.

3. Το βιβλίο αυτό στηρίζεται στο «Πρόγραμμα για τη διδασκαλία των Μαθηματικών» του Ιδρύματος Nuffield του Λονδίνου.

Όλες αυτές οι εμπειρίες μπορούν και πρέπει να οδηγούν ταυτόχρονα στην ανάπτυξη της γλωσσικής έκφρασης του παιδιού.

Πολλές φορές ακούμε από τα παιδιά (αλλά και από ενθλίκους) να λένε: «Το ξέρω αυτό, αλλά δεν μπορώ να το πω [να το εκφράσω]». Οι λόγοι αυτής της αδυναμίας είναι δύο: Ο ένας λόγος είναι ότι τα παιδιά «μισοξέρουν» (δεν ξέρουν πραγματικά) αυτό που ισχυρίζονται ότι «ξέρουν». Απλώς θυμούνται «περίπου» αυτά που άκουσαν ή διάβασαν – δεν υπάρχει η ουσιαστική κατανόηση του αντικειμένου. Ο άλλος λόγος είναι ότι δεν έχουν μάθει να εκφράζονται με σαφήνεια και ακρίβεια – κανένας δεν τους το έμαθε: οι έννοιες της σαφήνειας και της ακρίβειας είναι άγνωστες στο ελληνικό σχολείο (όπως και στην ελληνική κοινωνία⁴).

Είναι πολύ σημαντικό, λοιπόν, να προσέξουμε τον τρόπο με τον οποίο μιλάμε στα παιδιά μας. Η γλώσσα έχει τις ρίζες της στο πρώτο οικογενειακό περιβάλλον του παιδιού και τα τελευταία χρόνια αρχίζουμε να καταλαβαίνουμε πόσο εξαρτάται η διανοητική ανάπτυξη ενός παιδιού από την ποιότητα της γλώσσας που χρησιμοποιείται στο σπίτι του.

Από πολύ νωρίς, λοιπόν, θα πρέπει να επιδιώξουμε α) να δώσουμε τη δυνατότητα στο παιδί να έχει πλούσιες και κατάλληλες εμπειρίες με υλικά (όπως θα δούμε παρακάτω) και β) να συζητάμε με το παιδί όλες τις «ανακαλύψεις» του.

4. Οι διάφορες «περιγραφές» των «αυτοπτών μαρτύρων» στα μέσα μαζικής ενημέρωσης είναι πολύ χαρακτηριστικές.

4. Εμπειρίες με υλικά – ασυνεχή και συνεχή

Ένα μωρό είναι ικανό να αρπάζει μικρά αντικείμενα και, αφού δοκιμάσει μερικές φορές και αποτύχει, να μεταφέρει στο τέλος ένα αντικείμενο στο στόμα του. Σ' αυτό το στάδιο, το στόμα του έχει τη μεγαλύτερη σημασία για το παιδί. Το αντικείμενο μπορεί να είναι το ίδιο του το χέρι, ένα δάχτυλο της μητέρας του, ένα μέρος από το κολιέ της που έχει καταφέρει να αρπάξει ή κάποιο παιχνίδι που μπορεί να φτάσει.

Χρωματιστές μπάλες περασμένες σ' ένα ελαστικό κορδόνι που στερεώνεται καλά στις άκρες του (στο «πάρκο» του μωρού) μπορούν να προσφέρουν ατέλειωτες δυνατότητες. Το μωρό τις αισθάνεται σκληρές, αντίθετα από τα περισσότερα αντικείμενα που αγγίζει. Κινούνται. Μπορεί να τις τραβήξει ή να τις γυρίσει. Και δεν γίνονται όλα μονομιάς. Οι μπάλες, σε αντίθεση με τα τμήματα του χεριού του παιδιού, μπορούν να κινηθούν ανεξάρτητα η μία από τις άλλες. Το κορδόνι με τις μπάλες αποτελείται από ξεχωριστές μονάδες (ασυνεχές υλικό).

Το παιδί των δύο, τριών ή τεσσάρων χρόνων έρχεται σε επαφή με διάφορα υλικά στη διάρκεια της ημέρας του. Θα μάθει να τα αναγνωρίζει με διαφορετικούς τρόπους σε διαφορετικές καταστάσεις, για παράδειγμα «πώς αισθάνομαι αυτό το υλικό;» ή «τι μπορώ να κάνω με εκείνο το υλικό;» κλπ.

Το παιδί έχει ένα κουτί με κύβους ή μικρά πλαστικά τουβλάκια, που μπορεί να τα αδειάσει στο πάτωμα και τότε φαίνονται σαν ξεχωριστές μονάδες. Με αυτά χτίζει έναν πύργο. Σύντομα ο πύργος μπορεί να γίνει πολύ ψη-

λός και ετοιμόρροπος και ξαφνικά να πέσει και να διαλυθεί στο πάτωμα. Τα τουβλάκια φαίνονται ξανά σαν ξεχωριστές μονάδες.

Μπορεί, επίσης, το παιδί να βάλει τα τουβλάκια σε μια γραμμή και να τα σπρώξει, δημιουργώντας ένα φανταστικό τρένο. Το τρένο χτυπάει σε κάποιο αντικείμενο του δωματίου και διαλύεται, οπότε διακρίνονται πάλι ξεχωριστές μονάδες.

Στο πάρκο υπάρχει μια λιμνούλα με νερό. Φαίνεται να μην υπάρχει καμιά σχέση ανάμεσα στο νερό της λιμνούλας και σ' αυτό που βρίσκεται μέσα σε μια κατσαρόλα – κι όμως, το νερό «συμπεριφέρεται» με τον ίδιο τρόπο. Το παιδί χτυπάει με το χέρι του το νερό στην κατσαρόλα και ακούει ένα ωραίο «πλατς!». Χτυπάει το νερό στη λιμνούλα κι έχει το ίδιο αποτέλεσμα.

Όταν διαλύθηκε στο πάτωμα ο τούβλινος πύργος, τα ξεχωριστά τουβλάκια φάνηκαν καθαρά. Το παιδί μπορεί να μιλήσει για πολλά τουβλάκια – και σ' αυτή την περίπτωση αναφέρεται, χωρίς αμφιβολία, σε «ξεχωριστές μονάδες».

Μετά το «πλατς!» που ακούστηκε στη λιμνούλα, η λιμνούλα με το νερό δεν άλλαξε σε τίποτα. Αν και το παιδί μπορεί να μιλήσει για πολύ νερό, σ' αυτή την περίπτωση το περιεχόμενο της λιμνούλας δεν αποτελείται από ξεχωριστές μονάδες, αλλά από ένα «συνεχές» ρευστό.

Είναι πολύ σημαντικό να αρχίσει το παιδί να διακρίνει (έστω ασυνείδητα) τα ασυνεχή από τα συνεχή υλικά: τα τουβλάκια μπορούν να μετρηθούν ένα-ένα (σαν μονάδες), ενώ η ποσότητα του νερού μετριέται πολύ διαφορετικά (με τον όγκο ή με το βάρος του).

Οι εμπειρίες με τα ασυνεχή και τα συνεχή υλικά θα οδηγήσουν το παιδί στην αντιμετώπιση των δύο διαφορετικών μαθηματικών ποσοτήτων: των αριθμητικών και των φυσικών.



5. Εμπειρίες σχετικές με τις διαστάσεις, το σχήμα και το μέγεθος

Τα μωρά από πολύ νωρίς (σε ηλικία μερικών μηνών) αρχίζουν να εξερευνούν τον κόσμο γύρω τους. Όταν τους δίνεται η ευκαιρία, παίζουν με το φαγητό τους και βά-

ζουν στο στόμα τους ή πετούν στο πάτωμα καθετί που μπορούν να φτάσουν.

Από αυτή τη φυσική περιέργεια και το ενδιαφέρον για εξερεύνηση και ανακάλυψη με τη βοήθεια των αισθήσεων του το παιδί θα αποκτήσει σιγά-σιγά εμπειρίες γύρω από τις σχέσεις των διαστάσεων, αν και μέχρι να γίνει 8-9 χρόνων αυτές μάλλον δεν θα έχουν μπει συνειδητά στον δρόμο του ούτε θα έχουν αξιοποιηθεί.

Ένα μωρό έχει εμπειρίες με οποιαδήποτε υλικά μπορεί να έρθει σε επαφή. Βάζει στο στόμα, αρπάζει, αφήνει να πέσουν κάτω, σπρώχνει και τραβάει διάφορα αντικείμενα. Αργότερα αρχίζει να μαθαίνει για έναν κόσμο που είναι πέρα από κει που μπορεί να φτάσει.

Αρπάζει κάποιο αντικείμενο, απλώνει το χέρι του έξω από την άκρη του τραπεζιού και αφήνει το αντικείμενο να πέσει κάτω. Αυτό χάνεται από τα μάτια του και χτυπάει στο πάτωμα με θόρυβο. Έτσι, το μωρό αποκτά την πρώτη του εμπειρία με τον νόμο της βαρύτητας. Είναι μια εμπειρία που του προκαλεί έκπληξη και θέλει να δοκιμάσει ξανά και ξανά, αφήνοντας να «εξαφανιστούν» στο πάτωμα όποια άλλα αντικείμενα έχει – μέχρις ότου κάποιος ενήλικος του το απαγορεύσει.

Το κλειδί για την κατανόηση των διαστάσεων είναι η κίνηση. Όσο το παιδί αρχίζει να μετακινείται πιο εύκολα, τόσο ο κόσμος του μεγαλώνει. Το μωρό που δεν μπορεί ακόμα να μπουσουλήσει θα προσπαθήσει ωστόσο να κινηθεί αν το αφήσουμε στο πάτωμα.

Η πρώτη εξερευνητική κίνηση είναι σχεδόν πάντα κυκλική. Για να κινηθεί το μωρό σε μια συγκεκριμένη κατεύθυνση, θα πρέπει να υπάρχει ένα ισχυρό κίνητρο. Ένα

μικρό παιδί θα προσπαθήσει να κινηθεί σε μια ορισμένη κατεύθυνση, είτε μπουσουλώντας είτε περπατώντας, για να φτάσει ένα επιθυμητό αντικείμενο ή πρόσωπο.

Οι πρώτες εμπειρίες με τα σχήματα εμφανίζονται σε μια μεγάλη ποικιλία καταστάσεων. Ένας κύβος φαίνεται να είναι πολύ διαφορετικός από μια μπάλα. Αν το παιδί αφήσει έναν κύβο στο πάτωμα, ο κύβος θα σταθεί ακίνητος. Ενώ αν αφήσει μια μπάλα, αυτή κυλάει. Μπορεί, ακόμα, να βάλει τους κύβους τον έναν πάνω στον άλλο, ενώ δεν μπορεί να κάνει το ίδιο με τις μπάλες. Αν το αφήσει η μητέρα του να ανοίξει τα ψώνια, το παιδί θα δει και θα πιάσει αντικείμενα πολλών διαφορετικών σχημάτων.

Τα παιχνίδια που απαιτούν από τα παιδιά να συναρμολογήσουν κομμάτια διαφόρων σχημάτων προσφέρουν ειδικές εμπειρίες. Υπάρχουν, όμως, και άλλες περιπτώσεις με διάφορα αντικείμενα που μπορούν να ταιριάξουν μεταξύ τους ή να μπει το ένα μέσα στο άλλο: ένα κύπελλο μπορεί να μπει μέσα σ' ένα άλλο, τα χρωματιστά μολύβια μπορούν να χωρέσουν στο κουτί τους (αλλά μόνο αν τοποθετηθούν με τον σωστό τρόπο).

Για να μπορέσουμε να καταλάβουμε τι σημαίνει μέγεθος για το μικρό παιδί, θα πρέπει να φανταστούμε πώς φαίνεται, για παράδειγμα, ένα δωμάτιο με τα μάτια ενός παιδιού τριών χρόνων. Καρέκλες, ντουλάπες και τραπέζια είναι τεράστια συγκριτικά με το παιδί. Η κατάσταση γίνεται ακόμα πιο πολύπλοκη από το γεγονός ότι το παιδί μεγαλώνει. Μπορεί τώρα να δει τα αντικείμενα πάνω σ' ένα τραπέζι που άλλοτε ήταν ψηλότερο από το παιδί.

Ευτυχώς, μερικά πράγματα παραμένουν σταθερά κι

έτσι το παιδί θα συναντήσει καταστάσεις που δεν αλλάζουν. Θα ανακαλύψει ότι ποτέ δεν θα μπορέσει μόνο του να φτάσει εκείνο το παιχνίδι σ' εκείνο το ράφι, γιατί το ράφι θα βρίσκεται πάντα πιο ψηλά από το παιδί.

Σιγά-σιγά, από τις καθημερινές καταστάσεις, το παιδί θα αποκτά ένα λεξιλόγιο για να μπορεί να περιγράφει αυτές τις φυσικές εμπειρίες. Οι πολύ συνηθισμένες λέξεις «μεγάλο» και «μικρό» θα συνδυάζονται με άλλες για να δώσουν μια πιο συγκεκριμένη εικόνα της ποσότητας – για παράδειγμα, «ένα μικρό κομματάκι κέικ».

Πάντως, όταν το παιδί χρησιμοποιεί διάφορες λέξεις στη διάρκεια αυτών των πρώτων χρόνων, δεν καταλαβαίνει οπωσδήποτε όλες όσες λέει. Ιδιαίτερα οι λέξεις που εκφράζουν ποσότητα, μέγεθος ή απόσταση είναι τόσο σχετικές, ώστε συγχέονται εύκολα από το παιδί. Συχνά αυτές οι λέξεις χρησιμοποιούνται ως επίθετα για ορισμένα αντικείμενα – για παράδειγμα, «η ψηλή ντουλάπα», «το χαμηλό τραπεζάκι».

Το γεγονός ότι η γλώσσα μαθαίνεται με τη μίμηση μπορεί να δημιουργήσει σύγχυση στο μυαλό ενός μικρού παιδιού. Έτσι, το παιδί ξαναγουρίζει συχνά στις συνηθισμένες λέξεις «μεγάλος» και «μικρός» και περιγράφει το περιβάλλον του με τον παρακάτω τρόπο:

- «Ο μπαμπάς είναι μεγάλος, η μαμά είναι μεγάλη»
- «Η πολυθρόνα είναι μεγάλη»
- «Εγώ είμαι μικρός»

Αυτές οι σχέσεις είναι ξεκάθαρες, με την έννοια ότι οι άνθρωποι και τα αντικείμενα που συγκρίνονται είναι όλα μεγάλα σε σχέση με το παιδί που, έτσι κι αλλιώς, αποτε-

λεί το κέντρο του σύμπαντος για τον εαυτό του στα πρώτα χρόνια. Έτσι, για το παιδί οι λέξεις «μεγάλος» και «μικρός» παίρνουν τον χαρακτήρα του απόλυτου.

Μέσα από τις εμπειρίες το παιδί θα πρέπει να καταλάβει ότι οι λέξεις «μεγάλος» και «μικρός» χρησιμοποιούνται σχετικά και δεν είναι απόλυτες. Για παράδειγμα, μια κούκλα είναι μεγάλη όχι γιατί είναι πιο μεγάλη από το παιδί, αλλά γιατί είναι πιο μεγάλη από πολλές άλλες κούκλες. Όσο το παιδί μεγαλώνει, θα πρέπει να του δίνονται όλο και περισσότερες και διαφορετικές εμπειρίες ώστε να καταλάβει ότι όλες οι λέξεις αυτού του είδους εκφράζουν σχέσεις μεγεθών, ποσοτήτων, αποστάσεων κλπ.

6. Εμπειρίες σχετικές με τη χωρητικότητα, την αντιστοιχία και τη μέτρηση

Τα δοχεία εξυπηρετούν διάφορους σκοπούς που έχουν σχέση με τη φύση του υλικού που περιέχεται σ' αυτά. Το μικρό παιδί αντιμετωπίζει, σχεδόν καθημερινά, προβλήματα που αφορούν δοχεία. Αν αδειάσει πάνω στο τραπέζι ένα κουτί με παιχνίδια, μπορεί εύκολα να τα μαζέψει και να τα ξαναβάλει στο κουτί. Αν, όμως, χύσει το νερό από ένα ποτήρι, δεν υπάρχουν κομμάτια για να μαζέψει. Το μόνο που μπορεί να κάνει είναι να μαζέψει με ένα σφουγγάρι το νερό από το τραπέζι.

Μπορεί να έχει γάλα και μπισκότα για πρωινό. Μπορεί να κρατήσει τα μπισκότα στο χέρι του, αλλά το γάλα πρέπει να είναι μέσα στο φλιτζάνι.

Τα παιδιά που η μητέρα τους τους επιτρέπει να τη

βοηθούν στο μαγείρεμα έχουν πολλές εμπειρίες με υλικά που μεταφέρονται από ένα δοχείο σε άλλο, ανακατεύονται και μετασχηματίζονται με το ψήσιμο.

Το στρώσιμο του τραπέζιου για φαγητό προσφέρει πολλές εμπειρίες σχετικές με την αντιστοιχία: ένα πιτάκι για κάθε φλιτζάνι, ένα μαχαίρι για κάθε πιρούνι. «Ένα πιάτο για τη μαμά, ένα για τον μπαμπά, ένα για μένα».

Όταν η μητέρα πηγαίνει με το παιδί της για να του αγοράσει καινούρια ρούχα, πρέπει πρώτα να του τα προβάρει. Αυτή είναι μια πολύ αξιόλογη εμπειρία πριν από τη μέτρηση.

7. Εμπειρίες σχετικές με τα ονόματα και τα σύμβολα των αριθμών

Πολύ πριν πάνε στο σχολείο, τα παιδιά έρχονται σε επαφή με τα ονόματα των αριθμών. Οι λέξεις «ένα», «δύο», «τρία» κλπ. αποτελούν μέρος του λεξιλογίου τους σχεδόν από την ώρα που αρχίζουν να μιλούν.

Αρκετά νωρίς τα παιδιά μαθαίνουν να αποστηθίζουν τα ονόματα των αριθμών σε μίαν ορισμένη σειρά: «ένα, δύο, τρία, τέσσερα» κλπ. Αυτή είναι μια ικανοποιητική δραστηριότητα, αφού φαίνεται ότι ενθουσιάζει τους «μεγάλους»...

Μόλις τα παιδιά μεγαλώσουν αρκετά ώστε να ευχαριστιούνται με παραμύθια και τραγουδάκια, τα ονόματα των αριθμών εμφανίζονται ανακατεμένα με φαντασία, θαύματα και μαγεία. Μερικά από αυτά τα ονόματα εμφανίζονται πιο συχνά, όπως το «τρία» και το «εφτά»:

Τα τρία μικρά γουρουνάκια
 Ο λύκος και τα επτά κατσικάκια
 Η Χιονάτη και οι επτά νάνοι

Η σειρά των αριθμών εμφανίζεται σε παιδικά τραγουδάκια και παραδοσιακά «ποιήματα»:

Ένα, δύο, τρία
 πήγα στην κυρία...

Ένα – Αγάπα με κι εμένα.

Δυο – Να σ' αγαπώ κι εγώ.

Τρία – Πάμε και τα τρία.

Τέσσερα – Εγώ 'φταιξα που σ' έφερα.

Πέντε – Άψε το κερί και φέγγε.

Έξι – Η δουλειά μας να τελέψει.

Επτά – Ω, χαρά στα μάτια αυτά!

Οχτώ – Ελάτε κι από δω.

Εννιά – Κακή είν' η αναβροχιά.

Δέκα – Επτά και τρία δέκα.

Ένα λαϊκό τραγουδάκι είναι το *Αλφαβητάριο*, που τραγουδιέται στα Ζαγόροχώρια της Ηπείρου και ακολουθεί τη σειρά των αριθμών από το ένα ως το δώδεκα:

Ένα είναι τ' αηδονάκι,
 το χελιδονάκι,
 όλον τον Μάη λαλεί
 κι όλον τον θεριστή.

Δύο πέρδικες γραμμένες,
 γραμμένες, πλουμισμένες,
 ένα είναι τ' αηδονάκι,

το χελιδονάκι,
όλον τον Μάη λαλεί
κι όλον τον θεριστή.

Τρία πόδια λετροπόδια,
δύο πέρδικες γραμμένες,
γραμμένες, πλουμισμένες,
ένα είναι τ' αηδονάκι,
το χελιδονάκι,
όλον τον Μάη λαλεί
κι όλον τον θεριστή [...]

Φαίνεται να μην υπάρχει μεγάλη δυσκολία στην ανάπτυξη αυτού του λεξιλόγιου. Τα ονόματα των αριθμών εμφανίζονται με φυσικό τρόπο και σε μια μεγάλη ποικιλία προτάσεων.

Είμαστε, πάντως, πολύ μακριά ακόμη από την κατανόηση της έννοιας των αριθμών, που θα έδινε στα ονόματά τους ένα πραγματικό νόημα.

Όσο για τα σύμβολα των αριθμών, αυτά βρίσκονται παντού γύρω μας και θα ήταν λάθος να υποθέσουμε ότι τα παιδιά τα πρωτοσυναντούν στο σχολείο. (Μερικά παιδιά είναι, μάλιστα, ικανά να αναγνωρίζουν τα σύμβολα κάποιων αριθμών σε αρκετά μικρή ηλικία.) Θα ήταν, όμως, επίσης λάθος να υποθέσουμε ότι τα παιδιά έχουν αντιληφθεί και τη μαθηματική τους σημασία.

8. Το πλαίσιο της εργασίας μας με το παιδί

Ένα παιδί θα πρέπει να έχει πολλές εμπειρίες με υλικά. Το στάδιο του παιχνιδιού και του ελεύθερου πειραματισμού θα πρέπει οπωσδήποτε να προηγηθεί της προσέγγισης των αριθμών. Η διάρκεια του σταδίου αυτού εξαρτάται, φυσικά, από πολλούς παράγοντες. Η κατάλληλη ηλικία, βέβαια, είναι ανάμεσα στα τέσσερα και στα έξι χρόνια.

Οι δραστηριότητες που αναφέρονται στο βιβλίο αυτό αποτελούν βασικά παραδείγματα. Οι γονείς, όμως, μπορούν να χρησιμοποιήσουν την ίδια προσέγγιση και σε άλλες καταστάσεις, που δεν περιγράφονται εδώ. Οι δραστηριότητες αυτές αποβλέπουν στο να βάλουν από την πρώτη στιγμή το παιδί μέσα σ' ένα πλούσιο από ερεθίσματα περιβάλλον, που θα του επιτρέψει να αναπτυχθεί κοινωνικά, συναισθηματικά, σωματικά και διανοητικά.

Η λαθεμένη άποψη ότι «όσο τα παιδιά μεγαλώνουν, τόσο λιγότερο χρειάζονται το παιχνίδι» επικρατεί ακόμα, βέβαια, αλλά πολλοί είναι εκείνοι που έχουν πια κατανοήσει ότι περισσότερη και πιο ουσιαστική γνώση μπορεί να αποκτηθεί από τα παιδιά αν συνδυαστεί με τα ενδιαφέροντά τους που ξεπηδούν στη διάρκεια του παιχνιδιού.

Το ελεύθερο παιχνίδι πρέπει να συνοδεύει οποιαδήποτε βασική δραστηριότητα και να συνδυάζεται με τη μεγαλύτερη δυνατή ποικιλία υλικού. Αυτό είναι αναγκαίο γιατί μπορεί το παιδί να έχει ικανοποιητική ανάπτυξη σε έναν τομέα, ενώ σε έναν άλλο να παρουσιάζει δυσκολίες.

Μέσα από αυτές τις δραστηριότητες το παιδί θα απο-

κτήσει φυσικές δεξιότητες: την ικανότητα να χρησιμοποιεί επιδέξια τα χέρια του και τα δάχτυλά του και να συνταιριάζει την όραση και την αφή με τη σκέψη και τον λόγο. Χρειάζεται να γίνει ικανό να αδειάζει νερό από ένα δοχείο σ' ένα άλλο, να χτίζει εύκολα με κύβους, να ταιριάζει διάφορα σχήματα.

Μια κακή χρήση του υλικού από ένα παιδί μπορεί, σε ορισμένες περιπτώσεις, να οφείλεται στην έλλειψη φυσικών δεξιοτήτων, αλλά τις περισσότερες φορές είναι αποτέλεσμα κάποιου συναισθηματικού προβλήματος.

Το παιδί που πετάει άμμο, που χύνει νερό πάνω στους άλλους, που χαίρεται να καταστρέφει τα παιχνίδια και τις ζωγραφιές των άλλων παιδιών είναι συχνά «υπεύθυνο» για το ότι αποφεύγονται αυτές οι δραστηριότητες με τη δικαιολογία πως «τα παιδιά δεν κερδίζουν τίποτα από αυτές, μόνο περνούν την ώρα τους κάνοντας φασαρία».

Αλλά τα πιο πολλά παιδιά δεν έχουν ανάγκη να δημιουργούν «δυσκολίες» και, αν βρεθούν σ' ένα κατάλληλο περιβάλλον, προσεκτικά σχεδιασμένο από τους γονείς, θα αρχίσουν να πειραματίζονται και να ανακαλύπτουν μόνα τους τις δυνατότητές τους. Για να πετύχουμε τον καλύτερο συνδυασμό ευχαρίστησης και γνώσης μέσα από την πράξη, θα πρέπει να δώσουμε σε κάθε δραστηριότητα τα κατάλληλα κίνητρα.

* * *

Θα πρέπει πάντα να σκεφτόμαστε ότι κάθε παιδί είναι μοναδικό, με την έννοια ότι η ανάπτυξη των διαφόρων ικανοτήτων του γίνεται με διαφορετικό τρόπο και σε δια-

φορετικό χρόνο από των άλλων παιδιών. Και αυτό δεν έχει καμιά σχέση με την «εξυπνάδα» του (για την οποία οι γονείς συνήθως «αγωνιούν»). Επιπλέον, πρέπει να ξέρουμε ότι πολλές φορές η «εξυπνάδα» του παιδιού δεν φαίνεται γιατί καλύπτεται από διάφορα ψυχολογικά προβλήματα, τα οποία πρέπει, έτσι κι αλλιώς, να αντιμετωπιστούν.

Ένα άλλο ζήτημα που πρέπει να γνωρίζουμε είναι το ότι δεν μπορούμε να «εκβιάσουμε» την πρόωρη μάθηση. Η εξελικτική ψυχολογία έχει αποδείξει ότι υπάρχουν ορισμένα στάδια ανάπτυξης που εξαρτώνται από βιολογικούς παράγοντες (όχι από το επίπεδο της ευφυΐας του παιδιού), τα οποία είναι αδύνατο να τα «καταργήσουμε» ή να τα «μεταφέρουμε» χρονικά.

Βέβαια, όταν μιλάμε για *μάθηση*, δεν εννοούμε την ικανότητα αποστήθισης, που είναι πολύ αναπτυγμένη στα παιδιά. Εννοούμε την *κατανόηση εννοιών*. Για παράδειγμα, όπως έχουμε ήδη πει, ένα παιδί πέντε χρόνων μπορεί πολύ εύκολα να μάθει να λέει με τη σειρά τους αριθμούς από το ένα ως το δέκα –είναι μια πολύ απλή άσκηση μνήμης–, αλλά είναι σίγουρο ότι δεν έχει ακόμα κατανοήσει την έννοια των αριθμών.

ΜΕΡΟΣ ΔΕΥΤΕΡΟ

1. Εμπειρίες με σχέσεις

Η λέξη «σχέση» ίσως μας φέρνει στον νου τα μέλη μιας οικογένειας: γονείς, παιδιά, ανίψια κλπ. Θα μπορούσε, για παράδειγμα, ο Γιάννης να είναι ο γιος του κ. Παπαδάκη. «Είναι ο γιος του» εκφράζει τη σχέση του Γιάννη με τον κ. Παπαδάκη.

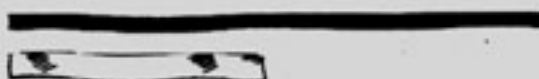
Ένα άλλο συνηθισμένο είδος σχέσης είναι η ισότητα:

$$3 \times 2 = 6$$

$$3 + 2 = 5$$

Η σχέση αυτή διαβάζεται «είναι ίσο με». Αλλά αυτή ειδικά η σχέση είναι τόσο εύκολη όσο φαίνεται; Καταλαβαίνουν πραγματικά τα παιδιά τι σημαίνει όταν τη γράφουν;

Για να φτάσουν στην κατανόηση αυτής της σχέσης θα πρέπει να περάσουν πρώτα από την κατανόηση άλλων σχέσεων. Αρχίζουμε, λοιπόν, με μια ποικιλία σχέσεων ανάμεσα σε δύο διαφορετικά αντικείμενα, για παράδειγμα:



Εδώ η μαύρη κορδέλα είναι *μακρύτερη* από την άσπρη,

η άσπρη κορδέλα είναι *πιο κοντή* από τη μαύρη. (Είναι πολύ χρήσιμο να κοιτάζουμε από την αρχή την ίδια κατάσταση με διαφορετικούς τρόπους.) Η μαύρη κορδέλα είναι *πιο στενή* από την άσπρη. Η άσπρη κορδέλα είναι *πιο φαρδιά* από τη μαύρη.

Κάνοντας τέτοιες συγκρίσεις αναπτύσσεται η παρατηρητικότητα του παιδιού. Μαθαίνει να διακρίνει προσεκτικά τα αντικείμενα, παρατηρώντας τις ομοιότητες και τις διαφορές τους, και γίνεται ικανό να καθορίζει τις σχέσεις τους.

Τα παιδιά χρειάζεται να αποκτήσουν αρκετές εμπειρίες κάνοντας συγκρίσεις ανάμεσα σε δύο αντικείμενα (για παράδειγμα, ανάμεσα σε δύο κουτιά, κύβους, ξυλάκια, μπουκάλια, καπάκια κλπ.) πριν προχωρήσουν σε πιο σύνθετες καταστάσεις.



Στην τελευταία εικόνα έχουμε ένα αγόρι, ένα κορίτσι, μια μπάλα και μια ρακέτα. Το αγόρι και το κορίτσι είναι και τα δύο παιδιά. Η μπάλα και η ρακέτα είναι και τα δύο παιχνίδια. Η σχέση, λοιπόν, υπάρχει ανάμεσα στα παιδιά και στα παιχνίδια:

Η Ελένη έχει μια μπάλα.
(Η μπάλα ανήκει στην Ελένη.)

Ο Πέτρος έχει μια ρακέτα.
(Η ρακέτα ανήκει στον Πέτρο.)

Η σχέση ανάμεσα στον Πέτρο και στη ρακέτα είναι η ίδια με τη σχέση ανάμεσα στην Ελένη και στην μπάλα.

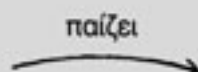
Πολλές από τις συνηθισμένες δραστηριότητες των παιδιών μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να δείξουν τέτοιου είδους σχέσεις. Για παράδειγμα:



Εδώ η σχέση «παίζει» υπάρχει ανάμεσα στα παιδιά και στα μουσικά όργανα.

Φυσικά, υπάρχουν πολλοί τρόποι για να παραστήσουμε οπτικά αυτή τη σχέση. Μπορούμε, για παράδειγμα, να καρφισώσουμε πάνω σ' ένα μεγάλο χαρτόνι από τη μία πλευρά καρτέλες με τα ονόματα των παιδιών της παρέας και από την άλλη πλευρά καρτέλες με τις εικόνες ή τα ονόματα των μουσικών οργάνων που παίζουν. Τη σχέση μπορούμε να τη δείξουμε με κορδέλες ή κομμάτια σπάγκου.

Όταν χρησιμοποιούμε το βέλος στην παράσταση μιας σχέσης, πρέπει να είμαστε πολύ προσεκτικοί, ώστε η σημασία του βέλους να γίνεται εντελώς φανερή. Έτσι, η παράσταση έχει νόημα και μπορεί εύκολα να μεταφραστεί σε λέξεις: «Ο Κώστας παίζει τρίγωνο».



Το βέλος φαίνεται εύκολα ως ένα σύμβολο, ένας πιο σύντομος τρόπος για να παραστήσουμε τη σχέση.

2. Πρώτες εμπειρίες ταξινόμησης

Συνήθως το παιδί αποκτά τις πρώτες εμπειρίες ταξινόμησης με την τακτοποίηση των πραγμάτων του. Αν πρέπει να τακτοποιήσει το δωμάτιό του, θα πρέπει να βάλει τα αντικείμενα στη θέση τους: τα άχρηστα χαρτιά στο καλάθι των αχρήστων, τα χρώματα στα κουτιά τους, τα διάφορα παιχνίδια στις θέσεις τους κλπ.

Σ' αυτό το σημείο πρέπει να ανοίξουμε μια παρένθεση: Από πολύ μικρά τα παιδιά θα πρέπει να μάθουν να τακτοποιούν τα πράγματά τους. Αυτή η διαδικασία, όμως, δεν είναι εύκολη. Για μας τους «μεγάλους» φαίνεται απλό το να τακτοποιήσουμε τα πράγματά μας. Για τα παιδιά είναι πολύ δύσκολο, όχι μόνο γιατί θα πρέπει να χάσουν χρόνο από το παιχνίδι τους (πράγμα που τα ενοχλεί), αλλά και γιατί η τακτοποίηση –που περιέχει την έννοια της ταξινόμησης– είναι μια διαδικασία η οποία απαιτεί την ανάπτυξη της μαθηματικής λογικής, όσο και αν αυτό δεν το συνειδητοποιούμε.

Πολλές φορές νομίζουμε ότι το παιδί «πνίγεται σε μια κουταλιά νερό»: μπορεί να το δούμε να στέκεται πολλή ώρα με ένα «ασήμαντο» αντικείμενο στο χέρι, το οποίο δεν ξέρει πού να το βάλει. Θα πρέπει να είμαστε πολύ υπομονετικοί μπροστά σε τέτοιες καταστάσεις. Το πρόβλημα δεν είναι μόνο να τακτοποιηθεί το δωμάτιο του παιδιού, αλλά θα πρέπει και να επιδιώκουμε να αποκτήσει το παιδί τις αναγκαίες δεξιότητες για να εκτελεί μόνο του τις κατάλληλες ενέργειες.

Όπως και σε όλα τα άλλα θέματα της ανάπτυξης του παιδιού, ο κανόνας είναι να μη «βιαζόμαστε». Αν, για να τελειώνουμε μια ώρα αρχύτερα, την τακτοποίηση του δωματίου του την κάνουμε εμείς, τότε όχι μόνο δεν θα μάθει το παιδί να κάνει τη δουλειά αυτή, αλλά θα του έχουμε στερήσει και όλες εκείνες τις απαραίτητες εμπειρίες για τη νοητική του ανάπτυξη.

Αυτές, λοιπόν, είναι μερικές πρώτες εμπειρίες ταξινόμησης αντικειμένων ανάλογα με ορισμένα χαρακτηριστικά κοινά γνωρίσματα, που δεν είναι πάντα τα ίδια. Για παράδειγμα, άλλοτε μπορεί να τακτοποιούνται χωριστά τα ρούχα που ανήκουν στις κούκλες και χωριστά τα καθίσματα τους και άλλοτε όλα μαζί ως πράγματα που ανήκουν στις κούκλες.

Η μητέρα θα πρέπει να επωφελείται από αυτές τις καθημερινές δραστηριότητες, μιλώντας με το παιδί και βοηθώντας το να περιγράφει τις εμπειρίες του και να εξηγεί γιατί ταξινομεί διάφορα αντικείμενα με έναν ορισμένο τρόπο:

«Εκείνα είναι ρούχα για κούκλες και αυτά όλα είναι σκεπάσματα, κουβερτούλες και τέτοια πράγματα».

Θα ήταν χρήσιμο να έχει προετοιμαστεί, ειδικά για τον σκοπό αυτό, μια σειρά από διάφορα μικροαντικείμενα: κουμπιά, κοχύλια, κουτιά από σπέρτα, βότσαλα, όσπρια, καπάκια από μπουκάλια ή σωληνάρια, φελλοί κλπ.

Το παιδί θα μπορούσε να ταξινομήσει διάφορα αντικείμενα με τον παρακάτω τρόπο:

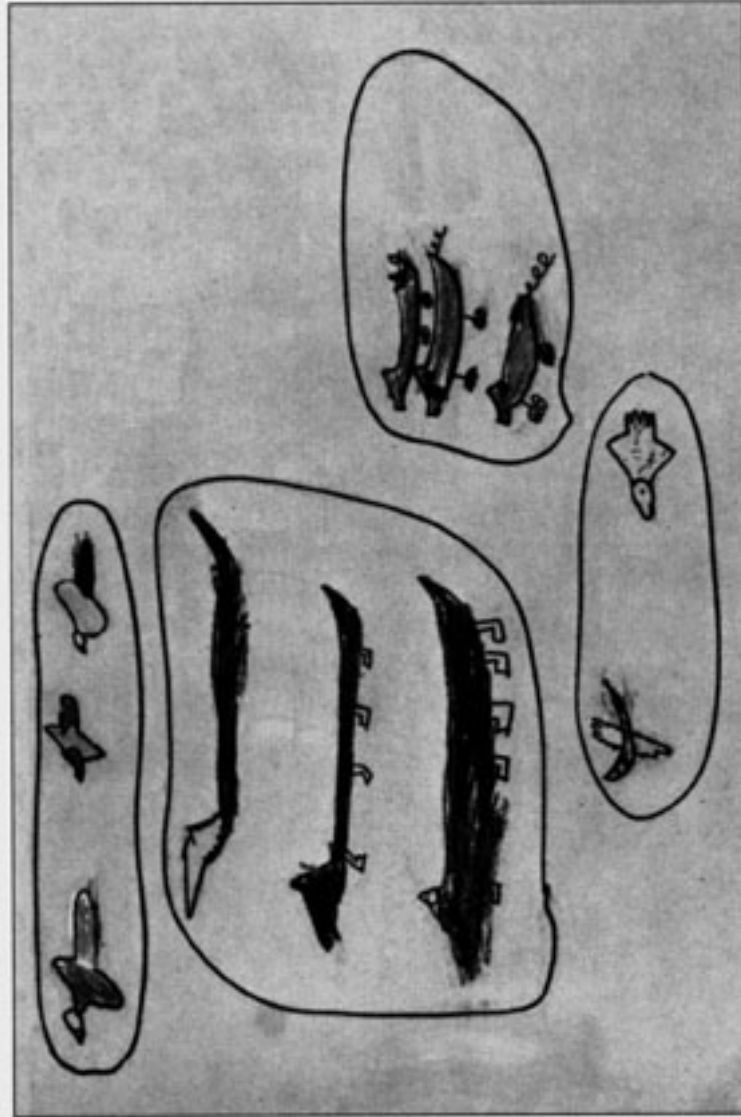


Και αργότερα θα μπορούσε ίσως να βάλει μαζί όλα τα κουμπιά, όλα τα κοχύλια, όλα τα κουτιά:



Αργότερα το παιδί θα μπορέσει να ταξινομήσει ορισμένα αντικείμενα σύμφωνα με πολύ διαφορετικά κριτήρια, όπως για παράδειγμα:

- χρώμα
- σχήμα
- πράγματα με τρύπες και χωρίς τρύπες
- πράγματα από την παραλία, από τα δέντρα, από τα μαγαζιά κλπ.



Μια συλλογή από ζώα έχει ταξινομηθεί από ένα παιδί 6 χρόνων σε κατηγορίες. (Δεν είναι φανερό γιατί υπάρχουν δύο ξεχωριστές κατηγορίες πουλιών.)

3. Η έννοια του συνόλου

Ένα πολύ μικρό παιδί μπορεί να αρπάξει την τσάντα της μητέρας του και να την αδειάσει στο πάτωμα (χωρίς να υπάρχουν ειδικά ψυχολογικά αίτια). Αυτή η ενέργεια είναι πολύ περισσότερο μαθηματική απ' όσο φαίνεται με μια πρώτη ματιά.

Αν αφήσουμε τα παιδιά μόνα τους με έναν σωρό από αντικείμενα, θα αρχίσουν να τα παρατηρούν και να τα ξεχωρίζουν σε κατηγορίες. Είναι εύκολο να αναφερθούμε σε έναν «σωρό από πράγματα» για να δώσουμε την έννοια ενός συνόλου*.



Το κριτήριο για να έχουμε ένα σύνολο είναι πολύ απλό – για τον σκοπό μας είναι ικανοποιητικό να πούμε ότι ορισμένα πράγματα μαζί αποτελούν ένα σύνολο, αν είναι φανερό για οποιοδήποτε από αυτά ότι ανήκει στο συγκεκριμένο σύνολο ή όχι:

«Αυτό το καθρεφτάκι το έχει πάντα η μαμά στην τσά-

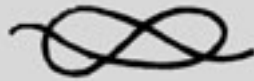
* Οι όροι «σύνολο», «υποσύνολο», «διαμερισμός», «τομή» κλπ. αναφέρονται για να δώσουν μια ολοκληρωμένη εικόνα του θέματος στον γονιό και όχι για να χρησιμοποιηθούν στη συζήτηση με το παιδί. Γενικά, θα πρέπει να μιλάμε στα παιδιά με ακρίβεια και σαφήνεια, χωρίς όμως να χρησιμοποιούμε όρους που δεν ταιριάζουν στο λεξιλόγιο των παιδιών αυτής της ηλικίας.

να της; Αν ναι, τότε ανήκει στο σύνολο των πραγμάτων που βρίσκονται στην τσάντα της μαμάς».

Τα αντικείμενα αυτά μπορούν να ξανατοποθετηθούν με άλλη σειρά, αλλά θα εξακολουθήσουν να αποτελούν το ίδιο σύνολο, γιατί ένα σύνολο καθορίζεται από τα στοιχεία του, δηλαδή από τα αντικείμενα του συνόλου. Είναι, όμως, αναγκαίο να μπορούμε να πούμε αν ένα οποιοδήποτε αντικείμενο είναι ή δεν είναι στοιχείο του συνόλου.

Ο αριθμός των στοιχείων ενός συνόλου είναι μια έννοια που θα κατακτηθεί πολύ αργότερα και το γεγονός ότι ο αριθμός παραμένει σταθερός και αν αλλάξουμε τη θέση των στοιχείων είναι κάτι ακόμα πιο πολύπλοκο.

Για να οδηγηθούμε σ' αυτή την έννοια του συνόλου θα μπορούσαμε να βάλουμε σε ένα κουτί διάφορα αντικείμενα, όπως, για παράδειγμα, ένα κομμάτι σπάγκο, μια κουβαρίστρα, μια δραχμή (για να θυμόμαστε τα παλιά!), ένα κουμπί, μια κορδέλα, ένα κουβάρι μάλλινη κλωστή.



Αν δώσουμε στον Πέτρο αυτά τα αντικείμενα, τότε αυτός μπορεί να τα χωρίσει με διάφορους τρόπους, π.χ.

Αυτά που μου αρέσουν



Αυτά που δεν μου αρέσουν



Φυσικά, ο Πέτρος δεν θα μπορούσε να τα τοποθετήσει έτσι ή να τα περιγράψει μ' αυτόν τον τρόπο. Η προηγούμενη εικόνα είναι μόνο μια μαθηματική αναπαράσταση που δείχνει τι έχει ο Πέτρος στο μυαλό του.

Θα πρέπει να εκμεταλλευτούμε οποιαδήποτε ευκαιρία για να αρχίσουμε μια συζήτηση με το παιδί. Για παράδειγμα, ο Πέτρος θα μπορούσε να ξεχωρίσει δύο από τα αντικείμενα που του αρέσουν και να πει:

«Αυτό είναι πιο μεγάλο από εκείνο» ή

«Αυτό είναι πιο μαλακό από το άλλο».

Στην πραγματικότητα, αυτό που έχει κάνει ο Πέτρος είναι το ότι άρχισε με ένα σύνολο αντικειμένων (το περιεχόμενο του κουτιού) και το χώρισε (διαμέρισε) σε υποσύνολα που περιλαμβάνουν:

α) τα πράγματα που του αρέσουν και β) τα πράγματα που δεν του αρέσουν.

Έχει κάνει, δηλαδή, έναν διαμερισμό του συνόλου. Κάθε αντικείμενο ανήκει σε ένα και μόνο ένα από τα υποσύνολα.

Όταν το παιδί ασχολείται με την τακτοποίηση ή την ταξινόμηση των πραγμάτων του, θα πρέπει να κάνουμε μαζί του συζητήσεις τέτοιες που να οδηγούν σε παρατηρήσεις, όπως:

«Όλα εκείνα είναι άσπρα».

«Όλα αυτά είναι ροζ».

«Αυτό έχει το ίδιο χρώμα με εκείνο».

«Το αρκουδάκι έχει το ίδιο χρώμα με τη μαϊμού».

«Το φόρεμα της Καίτης έχει το ίδιο χρώμα με το δικό μου».

«Το φόρεμά μου έχει το ίδιο χρώμα με το φόρεμα της Καίτης».

«Έχει το ίδιο χρώμα με» είναι μια σχέση. Άλλες σχέσεις, όπως «είναι πιο μακρύ από», θα παρουσιαστούν επίσης από μόνες τους. Πολλές ευκαιρίες μπορούν να εμφανιστούν για ταξινομήσεις και διαχωρισμούς.

Για παράδειγμα, τα παιδιά συχνά δοκιμάζουν διάφορα αντικείμενα σε μια λεκάνη με νερό για να ανακαλύψουν αν τα αντικείμενα αυτά επιπλέουν ή βυθίζονται στο νερό.

Μερικά παιδιά μπορεί να έχουν ένα συγκεκριμένο σύνολο αντικειμένων: έναν φελλό, ένα καρφί, μια παραμάννα, ένα μολύβι, μια ξύλινη χάντρα, ένα βότσαλο, μια αχιβάδα, ένα κουμπί, μια κουβαρίστρα και ένα νόμισμα. Θα χωρίσουν το σύνολο ανάλογα με το αν τα στοιχεία του επιπλέουν ή βυθίζονται.

Πράγματα που πλέουν

ξύλινη χάντρα
φελλός
κουβαρίστρα
μολύβι

Πράγματα που βυθίζονται

καρφί
κουμπί
αχιβάδα
παραμάνα
βότσαλο
νόμισμα

Διαμερισμός είναι ο χωρισμός ενός συνόλου σε υποσύνολα έτσι ώστε κάθε υποσύνολο να περιέχει τουλάχιστον ένα στοιχείο και κάθε στοιχείο να ανήκει σε ένα και μόνο υποσύνολο.

Είναι εύκολο να δούμε τι σημαίνει αυτό αν το μεταφράσουμε με όρους του παιχνιδιού των παιδιών. Τα παιδιά χωρίζουν το σύνολο των αντικειμένων σε δύο σωρούς, οι οποίοι θα μπορούσαν να τιτλοφορηθούν «πλέουν» και «βυθίζονται».

Υπάρχει τουλάχιστον ένα στοιχείο του συνόλου σε κάθε σωρό (ένας άδειος σωρός δεν σημαίνει τίποτα). Κάθε στοιχείο βρίσκεται σε έναν από τους σωρούς, αλλά κανένα στοιχείο δεν μπορεί να ανήκει σε περισσότερους από έναν σωρούς (ή πλέει ή βυθίζεται στο νερό).

Στην παρακάτω εικόνα το παιδί έχει πάρει όλα τα αντικείμενα από τη λεκάνη με το νερό και τα έχει τοποθε-

τήσει πάνω σ' ένα τραπέζι. Ένα στεφάνι χρησιμοποιείται για να τα περικλείει και ένας χάρακας είναι τοποθετημένος έτσι ώστε να χωρίζει αυτά που πλέουν από εκείνα που βυθίζονται:



Άλλοι τρόποι παράστασης αυτού του διαμερισμού είναι οι ακόλουθοι:

Πρώτος τρόπος



Δεύτερος τρόπος

ξύλινη χάντρα

φελλός

κουβαρίστρα

μολύβι

καρφί

κουμπί

αχιβάδα

παραμάνα

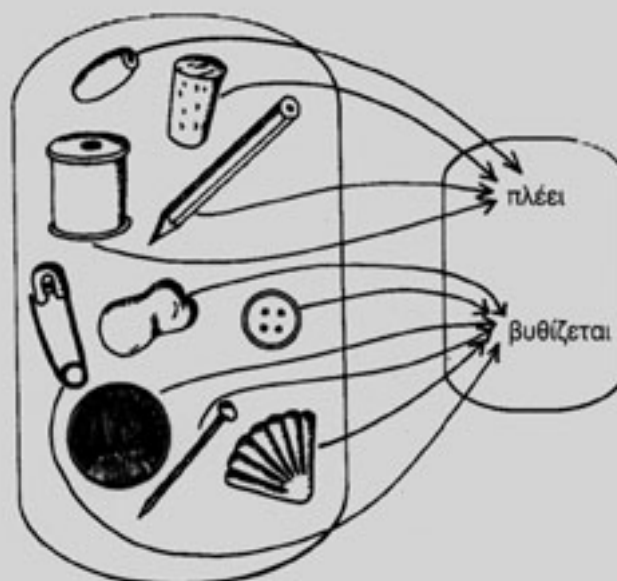
βότσαλο

νόμισμα

Πράγματα που πλέουν

Πράγματα που βυθίζονται

Τρίτος τρόπος



Το πείραμα δείχνει τι συμβαίνει στα αντικείμενα όταν αυτά τοποθετούνται στο νερό. Αυτή η σχέση υποδηλώνεται με ένα βέλος που σημαίνει «αν μπει στο νερό».

Η πληροφορία, έτσι, είναι εντελώς φανερή:

Το μολύβι *αν μπει στο νερό* πλέει.

Το κουμπί *αν μπει στο νερό* βυθίζεται.

Φυσικά, δεν θα πρέπει να χρησιμοποιούμε όλους αυτούς τους τρόπους αναπαράστασης σε κάθε περίπτωση. Πολλές φορές δεν χρειάζεται να χρησιμοποιούμε κανένα. Εξάλλου, ορισμένοι από αυτούς τους τρόπους είναι πιο σύνθετοι από άλλους. Τα παραδείγματα, όμως, δόθηκαν για να γνωρίζει ο γονιός τις πραγματικά πλούσιες δυνατότητες που υπάρχουν για να θεμελιωθεί η ανάπτυξη της μαθηματικής σκέψης του παιδιού.

Εκείνο που ενδιαφέρει είναι οι ενέργειες (οι δραστηριότητες) του παιδιού που μετατρέπονται σε μαθηματική σκέψη. Και, βέβαια, όλα αυτά γίνονται με τη μορφή παιχνιδιού (και όχι «μαθήματος») σε ορισμένες κατάλληλες στιγμές – όταν το ίδιο το παιδί διατυπώνει κάποια σχετικά ερωτήματα, αφού έχουμε προκαλέσει το ενδιαφέρον του. Ένα παιδί που δεν έχει ψυχολογικά προβλήματα ή άλλου είδους αναστολές δείχνει συνήθως μεγάλο ενδιαφέρον για τις ταξινομήσεις που συνοδεύουν την τακτοποίηση των παιχνιδιών του.

* * *

Ένα σοβαρό θέμα είναι η σύνδεση της ανάγνωσης με τα Μαθηματικά. Όπως βλέπουμε στα παραπάνω παραδείγ-

ματα, χρησιμοποιούνται και ορισμένες λέξεις που αντιπροσωπεύουν τα αντικείμενα, τις οποίες εμείς (και όχι το παιδί) μπορούμε να προετοιμάσουμε γράφοντάς τες πάνω σε μικρά καρτελάκια (για παράδειγμα, σε λευκά επισκεπτήρια). Το παιδί μπορεί να θυμηθεί «φωτογραφικά» αυτές τις (λίγες) λέξεις*.

Αυτή η σύνδεση των Μαθηματικών με την ανάγνωση θα επιτρέψει στο παιδί να αισθανθεί (έστω και ασυνείδητα) ότι τα Μαθηματικά δεν αποτελούν ένα «στεγανό», ένα αντικείμενο αποκομμένο από τις υπόλοιπες δραστηριότητές του. Σχεδόν καθετί με το οποίο ασχολούμαστε κρύβει μέσα του μαθηματικές σχέσεις και εκφράζεται με μαθηματικά σύμβολα: από τα 24 γράμματα του αλφάβητου μέχρι τον αριθμό (της διεύθυνσης) του σπιτιού μας και από την ώρα που πρέπει να ξυπνήσουμε το πρωί μέχρι το νούμερο του τηλεφώνου μας.

Τα Μαθηματικά είναι ένα βασικό εργαλείο της σκέψης και της λογικής μας – δεν είναι η αποστήθιση πολύπλοκων τύπων τους οποίους μας υποχρεώνει να «μάθουμε» το ελληνικό σχολείο και τους οποίους, φυσικά, ξεχνάμε (αφού μας είναι άχρηστοι) μόλις μπορούμε στην πραγματική ζωή...

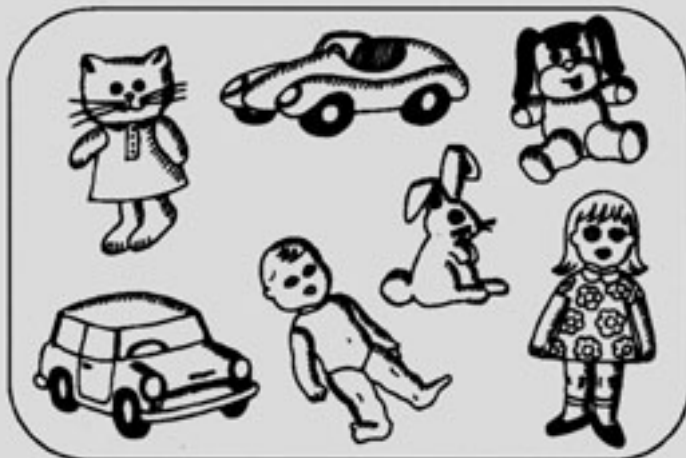
* Για περισσότερες πληροφορίες σχετικές με την πρώτη ανάγνωση, βλ. το βιβλίο μας *Προετοιμάστε το παιδί σας για την Α' Δημοτικού στην Ανάγνωση* (εκδ. «Νέα Σύνορα» – Α. Α. Λιβάνη, Αθήνα 2001).

4. Άλλες ταξινομήσεις

Η ταξινόμηση είναι μια φυσική δραστηριότητα που διασκεδάζει τα παιδιά. Είναι, επίσης, ένα αναγκαίο στάδιο για την κατανόηση της έννοιας του αριθμού. Επιπλέον, οι έννοιες που συνειδητοποιούνται με την ταξινόμηση οδηγούν αργότερα στην ανάπτυξη της λογικής σκέψης του παιδιού και της ικανότητάς του να παίρνει αποφάσεις.

Μέχρι τώρα ασχοληθήκαμε με τον διαμερισμό ενός συνόλου σε δύο υποσύνολα (πλέον, βυθίζονται). Αργότερα ορισμένα σύνολα μπορούν να διαμεριστούν σε περισσότερα από δύο υποσύνολα.

Για παράδειγμα, η Ελένη έχει ένα καθορισμένο σύνολο αντικειμένων (παιχνιδιών). Ξέρει τα στοιχεία που αποτελούν το σύνολο και μπορεί να τα διακρίνει μεταξύ τους.



Μπορεί να τα χωρίσει (να διαμερίσει το σύνολο) ανά-

λογα με το αν τα στοιχεία (τα παιχνίδια στην περίπτωση αυτή) είναι α) κούκλες, β) ζώα ή γ) αυτοκίνητα:



Για να πάρουμε ένα άλλο παράδειγμα, ας υποθέσουμε ότι διαμερίζουμε ένα σύνολο παιδιών ανάλογα με το αν τα μάτια τους είναι γαλανά, καστανά ή άλλου χρώματος:

Γαλανά μάτια

Καστανά μάτια

Μάτια άλλου χρώματος

Γιώργος	Άννα	Τάκης
Αλίκη	Κώστας	
Ελένη	Δημήτρης	Κική
	Καίτη	
	Νίκος	

Τα παιδιά χωρίστηκαν σε τρία υποσύνολα ανάλογα με το αν έχουν:

- α) γαλανά μάτια: Γιώργος, Αλίκη, Ελένη
- β) καστανά μάτια: Άννα, Κώστας, Δημήτρης, Καίτη, Νίκος
- γ) μάτια άλλου χρώματος: Τάκης, Κική.

Ο διαμερισμός συχνά περιέχει κάποια υποκειμενική απόφαση, π.χ. ο Σωτήρης έχει μάτια γαλανά, καστανά ή άλλου χρώματος; Αυτό δεν ενοχλεί τον σκοπό μας. Η απόφαση δεν είναι απαραίτητο να είναι η «αντικειμενικά σωστή» – αρκεί να είναι αποδεκτή από όλα τα παιδιά.

Η έννοια της ταξινόμησης μπορεί να επεκταθεί περισσότερο. Για παράδειγμα, αν το παιδί πάει μια εκδρομή, όταν γυρίσει θα έχει μαζί του διάφορα αντικείμενα που μάζεψε.

Η πρώτη ταξινόμηση που πιθανόν να κάνει το παιδί είναι να χωρίσει τα λουλούδια, τα φύλλα, τις πέτρες, τα χορταράκια κλπ. Στη συνέχεια, τα λουλούδια μπορούν να χωριστούν ανάλογα με το είδος τους:

μαργαρίτες
βιολέτες
ανεμώνες
σκουλαρίκια
κρινάκια

Θα μπορούσαν, επίσης, να χωριστούν ανάλογα με το χρώμα τους:

κίτρινα
άσπρα
μπλε

Σε ένα κατοπινό στάδιο το παιδί θα μπορέσει να κάνει

ακόμα πιο σύνθετες ταξινομήσεις, σαν αυτή που φαίνεται στον παρακάτω πίνακα και δείχνει τις ιδιότητες των λουλουδιών:

	μυρίζουν	δεν μυρίζουν	έχουν λείο μίσχο	έχουν χνου- δωτό μίσχο
μαργαρίτες	X			X
βιολέτες	X		X	
ανεμώνες		X		X
σκουλαρίκια	X		X	
κρινάκια		X	X	

Έτσι, έχουμε εκφράσει δύο σχέσεις:

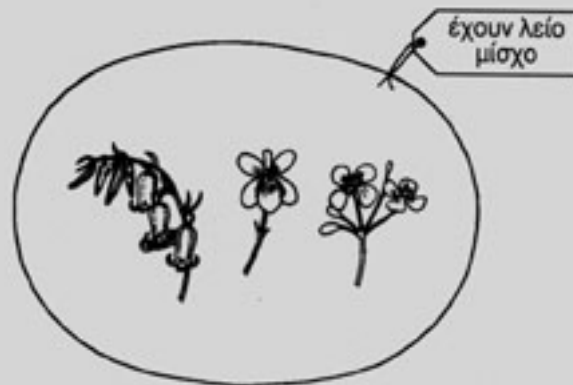
- Ανάμεσα στα λουλούδια και στη μυρωδιά τους.
- Ανάμεσα στα λουλούδια και στο είδος του μίσχου τους.

Ένας άλλος τρόπος για να παραστήσουμε αυτές τις σχέσεις είναι να κάνουμε περιγράμματα από σπάγκο ή κορδόνι και να βάλουμε τα λουλούδια στα κατάλληλα περιγράμματα. Για παράδειγμα, θα μπορούσαμε να αποφασίσουμε ότι όλα τα λουλούδια που μυρίζουν θα πρέπει να μπουν μέσα σε ένα περίγραμμα:

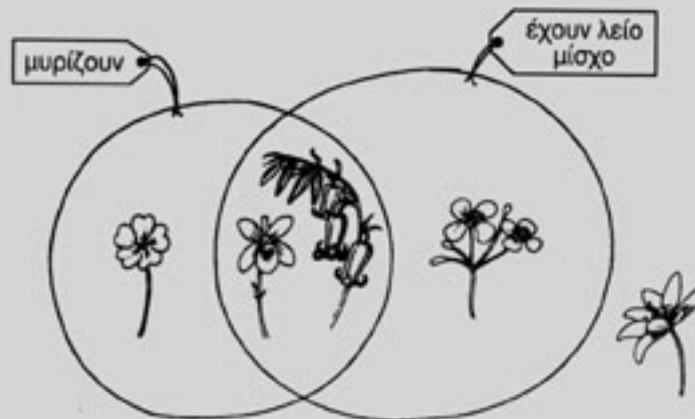


(Η λέξη «μυρίζουν» μπορεί να γραφτεί σε ένα χαρτονάκι δεμένο στο περίγραμμα από κορδόνι.)

Θα μπορούσαμε, επίσης, να τοποθετήσουμε μέσα σε ένα περίγραμμα όλα τα λουλούδια που έχουν λείο μίσχο:



Στο επόμενο σχήμα η βιολέτα και το σκουλαρίκι πρέπει να τοποθετηθούν στο κοινό τμήμα των δύο περιγραμμάτων, στην τομή τους: ανήκουν και στα λουλούδια που μυρίζουν και στα λουλούδια που έχουν λείο μίσχο.

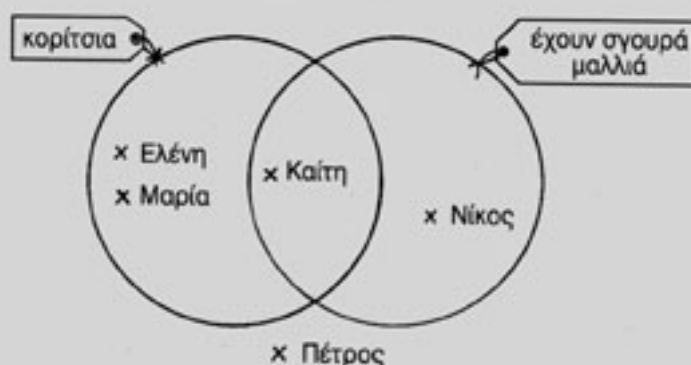


Η ανεμώνη πρέπει να τοποθετηθεί κάπου έξω από τα περιγράμματα, γιατί ούτε μυρίζει ούτε έχει λείο μίσχο.

Οι παραπάνω παραστάσεις ονομάζονται διαγράμματα του Βεν. Έχουν πολλές χρήσεις, όπως, για παράδειγμα, για να δώσουμε τις αρχές των λογικών συλλογισμών.

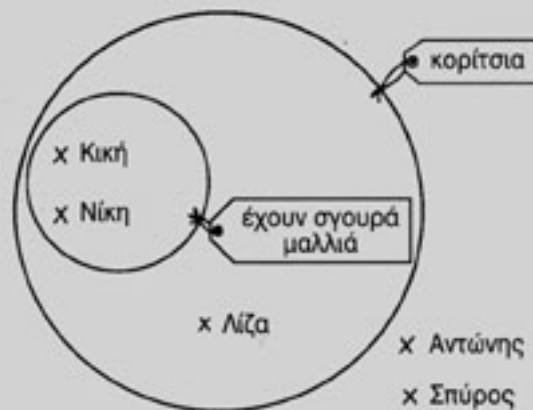
Ας υποθέσουμε, τώρα, ότι υπάρχουν πέντε παιδιά: ο Πέτρος, η Ελένη, ο Νίκος, η Μαρία και η Καίτη.

Χωρίζονται ανάλογα με το αν είναι κορίτσια ή έχουν σγουρά μαλλιά. Στην περίπτωση αυτή το διάγραμμα θα μπορούσε να είναι της μορφής:



Από το σχήμα μπορούμε να δούμε ότι η Καίτη είναι κορίτσι με σγουρά μαλλιά, ενώ ο Πέτρος ούτε είναι κορίτσι ούτε έχει σγουρά μαλλιά. Η Ελένη δεν έχει σγουρά μαλλιά κλπ.

Για την Κική, τη Νίκη, τη Λίζα, τον Αντώνη και τον Σπύρο το διάγραμμα θα μπορούσε να είναι αυτό της διπλανής σελίδας:



Από αυτό το σχήμα φαίνεται ότι στο νέο σύνολο παιδιών όλα όσα έχουν σγουρά μαλλιά είναι κορίτσια, αφού το σύνολο των παιδιών που έχουν σγουρά μαλλιά περιέχεται μέσα στο σύνολο των κοριτσιών.

Ας ξαναγυρίσουμε στην παράσταση των παιχνιδιών της Ελένης ταξινομημένων σε πίνακα:

	κούκλα	ζώο	αυτοκίνητο
Άντι	X		
Σίντι	X		
λαγός		X	
σκύλος		X	
γάτα		X	
αγωνιστικό			X
μίνι			X

Ο πίνακας μπορεί να πάρει και την εξής μορφή:

	κούκλα	ζώο	αυτοκίνητο
Άντι	1	0	0
Σίντι	1	0	0
λαγός	0	1	0
σκύλος	0	1	0
γάτα	0	1	0
αγωνιστικό	0	0	1
μίνι	0	0	1

Έτσι, παίρνουμε μια πρώτη ιδέα του τρόπου με τον οποίο ένας μαθηματικός θα έδινε τις ίδιες πληροφορίες. Εδώ το 1 σημαίνει «είναι» (ο λαγός είναι ζώο) και το 0 σημαίνει «δεν είναι» (ο λαγός δεν είναι κούκλα ή αυτοκίνητο).

Η μέχρι τώρα πορεία οδηγεί στην ανάγκη του υπολογισμού του αριθμού των στοιχείων κάθε συνόλου. (Πόσα κορίτσια; Πόσα έχουν σγουρά μαλλιά; κλπ.) Βρισκόμαστε, λοιπόν, μπροστά στην ανάγκη εισαγωγής της έννοιας του αριθμού.

Δεν θα πρέπει, όμως, να βιαστούμε. Ας αφήσουμε στο παιδί αρκετό χρόνο να ασχοληθεί πρώτα με πειραματικές και δημιουργικές δραστηριότητες (όπως περιγράφονται στο επόμενο μέρος του βιβλίου).

Και, όπως είπαμε, οι όροι «σύνολο», «υποσύνολο», «διαμερισμός», «τομή» κλπ. αναφέρθηκαν για να δώσουν μια ολοκληρωμένη εικόνα του θέματος στον γονιό και όχι για να χρησιμοποιηθούν στη συζήτηση με το παιδί.

ΜΕΡΟΣ ΤΡΙΤΟ

ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΕΣ ΚΑΙ ΔΗΜΙΟΥΡΓΙΚΕΣ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ

1. Παιχνίδια με την άμμο

Το ελεύθερο παιχνίδι με μια μεγάλη ποικιλία υλικών χρειάζεται για να υπάρξουν οι απαραίτητες εμπειρίες που είναι σχετικές με τη μέτρηση. Θα πρέπει να επωφελούμαστε από τις καλοκαιρινές διακοπές και στη διάρκειά τους θα ήταν καλό να έχουμε μια μεγάλη λεκάνη με χοντρή άμμο, που να μπορεί να βραχεί και να στεγνώσει, ώστε να γίνουν συγκρίσεις ανάμεσα στη «συμπεριφορά» ενός υγρού και ενός στεγνού υλικού. Γενικά, το καλοκαίρι αποτελεί ευκαιρία για παιχνίδια με άμμο και νερό.

Κουβαδάκια, διάφορα δοχεία, πλαστικά κύπελλα, κουτιά για διάφορες χρήσεις, φτυαράκια, μικρές τσουγκράνες, κουτάλες, κουταλάκια, κόσκινα διαφόρων σχημάτων και μεγεθών είναι πολύ χρήσιμα.



Λεξιλόγιο και στόχοι του παιχνιδιού

Ένα λεξιλόγιο θα αναφέρεται στο σχήμα και στο μέγεθος των δοχείων, καθώς και στις διάφορες σχέσεις τους, κι ένα άλλο θα αναφέρεται στην ίδια την άμμο.

α) Δοχεία

Φαρδύ, στενό, πλατύ, λεπτό, παχύ, ψιλό, χοντρό, μακρύ, κοντό, ψηλό, βαθύ, ρηχό, στρογγυλό (αργότερα: κυκλικό, καμπύλο), στενόμακρο, πολύ, λίγο, γεμάτο, άδειο.

Τα παιδιά, βέβαια, θα χρησιμοποιούν τις λέξεις «μεγάλο», «πολύ μεγάλο», «μεγαλύτερο», «μικρό», «πολύ μικρό», «μικρότερο», αλλά ο γονιός θα πρέπει να τα βοηθάει να εκφράζουν σωστά αυτό που θέλουν να πουν. Για παράδειγμα, ένα παιδί μπορεί να λέει «μεγαλύτερο» και να εννοεί «χωράει περισσότερο», «είναι πιο βαρύ» ή «είναι μακρύτερο».

Αυτή η βοήθεια δεν πρέπει να έχει τον χαρακτήρα της (συνεχούς) «διόρθωσης» του παιδιού – δεν πρέπει να οδηγήσει σε ψυχολογικές αναστολές και στην άρνηση του παιδιού να εκφραστεί από φόβο μήπως και πει ξανά κάτι λαθεμένο.

Ο διάλογος με το παιδί πρέπει να γίνεται με τον εξής τρόπο:

Παιδί: Αυτή η κορδέλα είναι μεγαλύτερη.

Γονιός: Πολύ σωστά, η κόκκινη κορδέλα είναι μακρύτερη από την πράσινη.

β) Άμμος

Πόση, πόση περισσότερη, πόση λιγότερη.

Το συχνό παράπονο «δεν φτάνει η άμμος» μπορεί να

οδηγήσει σε συζήτηση για την κατάσταση. «Θα έπρεπε να πάρουμε κι άλλη άμμο ή θα έπρεπε να μοιράσουμε λιγότερη σε κάθε παιδί ή θα έπρεπε να παίξουν λιγότερα παιδιά με την άμμο που υπάρχει;»...

Στο σημείο αυτό η παρέα των παιδιών παίζει πολύ σημαντικό ρόλο – ιδιαίτερα αν υπάρχουν παιδιά διαφορετικών ηλικιών. Γενικότερα, πρέπει να γνωρίζουμε ότι ένα παιδί μπορεί να μάθει ευκολότερα από ένα άλλο παιδί παρά από έναν ενήλικο.

Ενώ τα παιδιά παίζουν, ο γονιός μπορεί να τα παρατηρεί που ταιριάζουν, ταξινομούν και μετρούν με πολλούς τρόπους. Από την αρχή του παιχνιδιού τους με την άμμο και τα δοχεία τα παιδιά αποκτούν την εμπειρία του χώρου των τριών διαστάσεων, που οδηγεί τελικά στην έννοια του όγκου.

Ένας από τους στόχους του παιχνιδιού είναι η σύγκριση του μεγέθους δύο δοχείων – «ποιο χωράει περισσότερη άμμο;». Ακόμα και σε ένα πρώτο στάδιο μπορούμε να ζητήσουμε από το παιδί να μαντέψει την απάντηση πριν την ανακαλύψει μόνο του.

Στην αρχή το παιδί μπορεί να κάνει τη σύγκριση αδειάζοντας την άμμο από το ένα δοχείο στο άλλο. Πολύ αργότερα θα γίνει ικανό να βρίσκει ποιο δοχείο είναι μεγαλύτερο, γεμίζοντας τα δοχεία με κουταλιές άμμο και μετρώντας αυτές τις κουταλιές.

Μια παραδοσιακή ζυγαριά (με δύο δίσκους) μπορεί να προσφέρει στο παιδί κι άλλες ευκαιρίες για ανακαλύψεις. (Τέτοια ζυγαριά μπορεί να βρει κανείς σε μορφή παιχνιδιού.) Τα παιδιά που θα έχουν πολλές εμπειρίες στο γέμισμα δοχείων με διάφορα μέσα (κουτάλια, φλι-

τζάνια κλπ.) θα διαπιστώσουν σύντομα ότι είναι πιο εύκολο να βρουν ποιο δοχείο χωράει περισσότερο αν ζυγίσουν τα δοχεία γεμάτα με άμμο. Αυτό θα οδηγήσει και σε άλλο λεξιλόγιο: «βαρύ», «ελαφρύ».

Ακόμα και σ' αυτό το στάδιο το παιδί είναι δυνατόν να ανακαλύψει ότι δύο δοχεία που έχουν διαφορετικό σχήμα μπορεί να χωρούν την ίδια ποσότητα άμμου – μια σημαντική εμπειρία που οδηγεί στην έννοια της διατήρησης του όγκου παρά την αλλαγή του σχήματος. Αν το παιδί βρίσκεται στον δρόμο της κατανόησης αυτής της έννοιας, τότε θα είναι ικανό να απαντήσει στην ερώτηση «αν δύο κουτιά χωρούν την ίδια ποσότητα άμμου, τι μπορείς να πεις για τον χώρο μέσα σε κάθε κουτί;».

Αν ένα παιδί δεν καταλαβαίνει αυτή την ερώτηση, τότε είναι αναγκαίο να έχει κι άλλες εμπειρίες με γέμισμα και άδειασμα δοχείων – όχι μόνο με άμμο, αλλά και με άλλα υλικά. Είναι, επίσης, αναγκαίο να συζητούμε με το παιδί την ώρα που παίζει, για να βεβαιωνόμαστε ότι καταλαβαίνει τι σημαίνει μέγεθος και σχήμα ενός δοχείου, καθώς και τι εννοούμε όταν λέμε «πόσο χωράει αυτό το δοχείο;».

Φυσικά, ο γονιός που θέλει να κάνει το παιδί τις δικές του ανακαλύψεις θα πρέπει να βεβαιωθεί ότι πραγματικά υπάρχουν μερικά δοχεία που έχουν την ίδια χωρητικότητα μολονότι έχουν διαφορετικό σχήμα. Δηλαδή, θα πρέπει να υπάρχουν οι συνθήκες εκείνες που να επιτρέπουν στα παιδιά να ανακαλύψουν κάτι. Η παρατηρητικότητα, η διορατικότητα και η δεξιότητα του γονιού θα παίξουν έναν σημαντικό ρόλο στην επιτυχία των παιδιών.

2. Παιχνίδια με το νερό

Τα πιο χρήσιμα μέσα είναι δοχεία διαφόρων σχημάτων και μεγεθών, πλαστικοί και λαστιχένιοι σωλήνες, κανάτες, χωνιά, κόσκινα και σουρωτήρια, κομματάκια από φελλό, σφουγγάρια, πέτρες και μικρά κομμάτια ξύλου.

Το παιδί θα γεμίζει τα δοχεία με νερό, όπως έκανε και με την άμμο. Μπορεί να δει περισσότερα πράγματα αν μερικά από τα μέσα που χρησιμοποιεί είναι φτιαγμένα από κάποιο διαφανές υλικό – το γυαλί είναι ακατάλληλο για τα παιδιά.

Η προσθήκη στο νερό ενός απορρυπαντικού (όχι τοξικού) ή βογιάς (για παράδειγμα, λουλακιού) σε μικρή ποσότητα θα τονώσει το ενδιαφέρον του παιδιού. Όπως με όλα τα παιχνίδια των παιδιών, έτσι και με το νερό θα υπάρξουν πολλές ευκαιρίες για μέτρηση, ταίριασμα και ταξινομήσεις.

Μερικές φορές είναι χρήσιμο να εναλλάσσονται τα παιχνίδια με το νερό με τα παιχνίδια με την άμμο, ώστε το παιδί να μπορέσει να ανακαλύψει γιατί ορισμένα μέσα (σωλήνες, φτυαράκια κλπ.) χρησιμοποιούνται μόνο με το ένα υλικό και δεν μπορούν να χρησιμοποιηθούν με το άλλο.

Λεξιλόγιο και στόχοι του παιχνιδιού

Όλο το λεξιλόγιο που αναφέρθηκε προηγουμένως και έχει σχέση με το σχήμα και το μέγεθος των δοχείων θα χρησιμοποιηθεί και σ' αυτή τη δραστηριότητα.

Τα χαρακτηριστικά των υγρών που μπορεί να ανακαλύψει ένα παιδί είναι: γιατί ένα υγρό πρέπει να περιέχε-

ται μέσα σε κάποιο δοχείο, τι συμβαίνει όταν ένα υγρό χυθεί ή μεταφερθεί από ένα δοχείο σε άλλο, ζεσταθεί ή παγώσει, πώς παίρνει το σχήμα του δοχείου, πώς το νερό μπορεί να γίνει πίδακας ή πηγή...

Ένα παιδί πέντε χρόνων, βλέποντας μια λεκάνη με νερό, είπε: «Όταν μπαίνω μέσα στο μπανάκι του μωρού μας, το νερό ανεβαίνει μέχρι πάνω». Μια τέτοια φυσική παρατήρηση είναι συχνά η αρχή μιας ολόκληρης σειράς πειραματισμών, ανακαλύψεων και συζητήσεων.

Ο γονιός θα δει πως το παιδί χρειάζεται κάποια βοήθεια για να καταλάβει τη σημασία που έχει η λέξη «γεμάτο». Η συζήτηση γύρω από το τι εννοούμε όταν λέμε πως τα μπουκάλια με γάλα ή πορτοκαλάδα είναι «γεμάτα» και για ποιο λόγο το υγρό δεν φτάνει μέχρι την κορυφή θα βοηθήσει το παιδί να καταλάβει τη φύση της μέτρησης. Φυσικά, η χρήση των τυπικών μέτρων και σταθμών θα γίνει σε ένα πολύ κατοπινό στάδιο.

Από την πλευρά των μαθηματικών εννοιών, τα παιχνίδια με το νερό είναι σημαντικά γιατί βάζουν τις βάσεις που θα οδηγήσουν στην πραγματική κατανόηση του όγκου και της χωρητικότητας. Το παιδί θα ανακαλύψει σχέσεις ανάμεσα στα δοχεία γεμίζοντάς τα και μεταφέροντας το νερό από ένα δοχείο σε ένα άλλο.

Η επόμενη ανακάλυψη είναι η ιδιότητα του αντιστρεπτού. Αν αδειάσουμε (προσεκτικά) το νερό από ένα γεμάτο δοχείο σε ένα άδειο, αυτή η διαδικασία είναι αντιστρεπτή. Δηλαδή, μπορούμε να αδειάσουμε ξανά το νερό στο πρώτο δοχείο, που πάλι θα γεμίσει. Αυτό είναι ένα μεγάλο βήμα προς την κατεύθυνση της κατανόησης του αμετάβλητου του όγκου. Δηλαδή, σε οποιοδήποτε

δοχείο και αν μπει το νερό (ή άλλο ασυμπίεστο υλικό), ο όγκος του παραμένει σταθερός.

3. Ζωγραφική, σχέδιο και κατασκευές

Τα παρακάτω αναφέρονται στη ζωγραφική, στο σχέδιο, στην ξυλουργική, στο κολάζ, στην κατασκευή μοντέλων με όλα τα μέσα – χαρτί, πηλό, πλαστελίνη, ζυμάρι, σύρμα κλπ.

Αν και πολλοί γονείς αναγνωρίζουν σ' αυτές τις δραστηριότητες τον δημιουργικό τους χαρακτήρα, πολλές μαθηματικές εμπειρίες μπορούν (επιπλέον) να εμφανιστούν μέσα από τέτοιες ασχολίες. Οι παρατηρήσεις του παιδιού και του γονιού πάνω σε διάφορα αντικείμενα και καταστάσεις θα βοηθήσουν στην προσέγγιση του περιβάλλοντος και από τη μαθηματική σκοπιά.

Αυτές οι δραστηριότητες θα μπορούσαν να χωριστούν σε δύο κατηγορίες:

- α) Ζωγραφική και σχέδιο πάνω σε επιφάνειες.
- β) Κατασκευή μοντέλων σε τρεις διαστάσεις.

α) Ζωγραφική και σχέδιο

Οι εμπειρίες που μπορεί να αποκτηθούν από αυτές τις δραστηριότητες έχουν σχέση με την έκταση, τον χώρο, το μήκος και τη μέτρηση.

Ζωγραφίζοντας και σχεδιάζοντας με μπογιές, μαρκαδόρους, παστέλ, κιμωλίες, αυτοκόλλητα χαρτιά, κόλλες γλασέ κλπ., το παιδί καλύπτει επίπεδες επιφάνειες.

Στα μικρά παιδιά αρέσει να «τυπώνουν» σχέδια με διάφορους τρόπους: στην αρχή με τα χέρια τους, έπειτα

με σφουγγάρια ή κομμένες πατάτες και αργότερα φτιάχνοντας δικά τους σχέδια για τύπωμα. Στην αρχή «τυπώνουν» χωρίς καμιά σειρά και χωρίς σκοπό, αλλά μερικές φορές εμφανίζονται και ορισμένα συμμετρικά σχήματα. Αυτό αποτελεί ένα πρώτο στάδιο εισαγωγής στα Μαθηματικά.

Αφού το παιδί αποκτήσει πολλές εμπειρίες τυπώνοντας σχέδια πάνω σε φύλλα ορθογώνιου σχήματος, μπορούμε να του δώσουμε και χαρτιά διαφορετικών σχημάτων – ένα τετράγωνο ή ένα κυκλικό φύλλο χαρτιού μπορούν να αποτελέσουν νέα κίνητρα.

Κάνοντας κολάζ με αυτοκόλλητα χαρτιά, το παιδί αποκτά εμπειρίες στη διευθέτηση σχημάτων μέσα σε μια καθορισμένη έκταση. Έννοιες σχετικές με μήκος και μέτρηση, στην πιο απλή τους μορφή, κατανοούνται μέσα από τις συγκρίσεις που κάνει το παιδί όταν φτιάχνει ζωγραφιές και σχέδια με τα διάφορα υλικά.

β) Κατασκευές

Αυτές οι δραστηριότητες προσφέρουν εμπειρίες σχετικές με τον όγκο, τον χώρο, τις διαστάσεις και, λιγότερο συχνά, με το εμβαδόν και το βάρος.

Το παιδί προσπαθεί να ταιριάξει κομμάτια από χαρτόνι, ξύλο ή άλλα υλικά για να φτιάξει αντικείμενα τριών διαστάσεων. Εκτός από τις φυσικές δεξιότητες που αποκτά κόβοντας και ταιριάζοντας διάφορα υλικά, το παιδί ανακαλύπτει πολλές από τις ιδιότητες των σχημάτων. Βρίσκει πως είναι ευκολότερο να κολλήσουν δύο κουτιά που έχουν επίπεδες επιφάνειες παρά να κολλήσει ένα κουτί που έχει επίπεδες επιφάνειες με ένα άλλο που έχει

κυλινδρική επιφάνεια. Έτσι, αποκτά εμπειρίες σχετικές με τη φύση των επίπεδων και των καμπύλων επιφανειών.

Όταν φτιάχνει ένα αυτοκινητάκι, βρίσκει πως οι ρόδες πρέπει ανά δύο να έχουν το ίδιο μέγεθος για να μπορεί το αυτοκινητάκι να προχωράει κανονικά. Επίσης, βρίσκει πως για να γυρίζει μια ρόδα χρειάζεται να έχει έναν άξονα που να περνάει από το κέντρο της.

Όταν μια παρέα παιδιών χρησιμοποιεί πηλό, πλαστελίνη ή ζυμάρι, τα παιδιά αποκτούν εμπειρίες σχετικές με τα συνεχή υλικά. Αν χρησιμοποιήσουν μian ορισμένη ποσότητα από ένα τέτοιο υλικό, θα χρειαστεί να τη μοιράσουν μεταξύ τους. Όπως και με την άμμο, θα πουν πως δεν φτάνει. Τότε, ή θα πάρει κάθε παιδί λιγότερο, ας πούμε, πηλό ή θα πρέπει να αγοραστεί κι άλλος πηλός ή θα χρησιμοποιήσουν πηλό λιγότερα παιδιά – όλες αυτές είναι μαθηματικές λύσεις.

Χρησιμοποιώντας τη δική του ποσότητα από το υλικό, το παιδί θα ανακαλύψει πως μπορεί να φτιάξει μερικά μικρά αντικείμενα ή λιγότερα αλλά μεγαλύτερα ή ένα πραγματικά μεγάλο. Και αυτή είναι μια εμπειρία σχετική με την ποσότητα και οδηγεί στην έννοια της διατήρησης του όγκου. Γιατί, μολονότι ο πηλός και η πλαστελίνη είναι υλικά συμπιεστά, η ποσότητα που ένα παιδί χρησιμοποιεί (χωρίς να πάρει κι άλλη ή να δώσει) μένει πρακτικά ή ίδια.

Λεξιλόγιο

Εκτός από το λεξιλόγιο που έχει σχέση με το σχήμα και το μέγεθος, στη διάρκεια αυτών των δημιουργικών δραστηριοτήτων θα χρησιμοποιηθεί κι ένα λεξιλόγιο σχετικό

με τη φύση και την ποιότητα των υλικών – αν είναι σκληρά, μαλακά, λεία, τραχιά, άγρια, άκαμπτα, εύκολο να κοπούν ή να σκιστούν.

Επίσης, χρησιμοποιούνται συχνά λέξεις που καθορίζουν τη θέση ενός αντικειμένου μέσα στον χώρο ή τη σχετική θέση δύο αντικειμένων – πάνω, κάτω, απέναντι, από κάτω, μπροστά, πίσω (αργότερα: αριστερά, δεξιά).

4. Μουσική και κίνηση

Όλα τα μικρά παιδιά διασκεδάζουν με τους ήχους και την κίνηση.

α) Μουσική

Σήμερα η μουσική αποτελεί ένα τμήμα του περιβάλλοντός μας. Ξεχύνεται από τα ραδιόφωνα και τα κασετόφωνα και μπορεί να ακούγεται ακόμα και σ' ένα μεγάλο κατάστημα ή σ' έναν σιδηροδρομικό σταθμό. Στο σπίτι θα πρέπει να υπάρξουν ευκαιρίες τόσο για να δημιουργήσει το παιδί μουσική όσο και για να ακούσει. Αυτό δίνει ευχαρίστηση στα περισσότερα παιδιά, αν και η ικανότητα των πολύ μικρών παιδιών στην κατανόηση του ρυθμού και της μελωδίας της δυτικής μουσικής είναι αρκετά περιορισμένη.

Ένας από τους σκοπούς αυτής της δραστηριότητας είναι να βοηθήσει τα παιδιά να γίνουν πιο ευαίσθητα στους ήχους – να αναγνωρίσουν τις δομές και τις σχέσεις που υπάρχουν σ' αυτούς.

Στα μικρά παιδιά αρέσει να χτυπούν τα χέρια τους ακούγοντας ένα κομμάτι μουσικής. Αργότερα αυτό μπο-

ρεί να συγκριθεί με τους χτύπους ενός ρολογιού. Από μαθηματική άποψη, μας ενδιαφέρει η αναγνώριση των χρονικών διαστημάτων (τέμπο). Τα κρουστά όργανα προσφέρουν μεγάλες δυνατότητες σ' αυτόν τον τομέα.



Σταθερά χρονικά διαστήματα

Δύο μικρές μονάδες μπορούν να θεωρηθούν κατά κάποιον τρόπο ισοδύναμες με μια μεγάλη:



Από αρκετά νωρίς τα παιδιά μπορούν να αποκτήσουν εμπειρίες του ρυθμού.

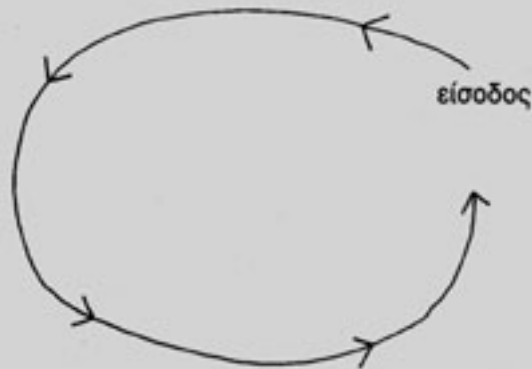


Η μελωδία θα προσφέρει αργότερα και άλλες εμπειρίες. Επίσης, θα ακούσουν τις λέξεις «ψηλά» και «χαμηλά» και θα μάθουν να ανταποκρίνονται με τη φωνή τους σε παρόμοιες οδηγίες.

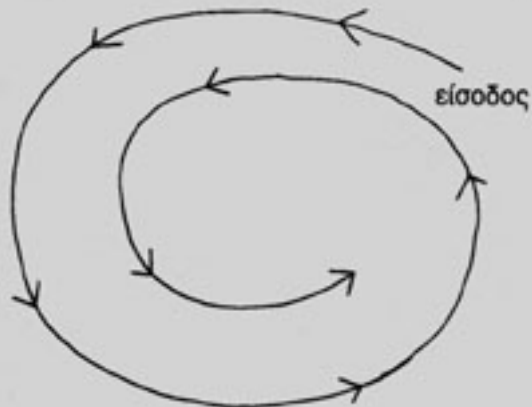
β) Κίνηση

Το κλειδί για τη γνωριμία με τον χώρο είναι η κίνηση. Στο πάρκο και στην παιδική χαρά προσφέρονται πολλές ευκαιρίες για να αισθανθούν τα παιδιά τη χαρά της κίνησης σ' έναν χώρο όσο το δυνατόν μεγαλύτερο.

Τα παιδιά, μπαίνοντας σε μια παιδική χαρά, χρησιμοποιούν όλο τον διαθέσιμο χώρο και συχνά τρέχουν γύρω-γύρω ώστε να σχηματίσουν έναν κύκλο:

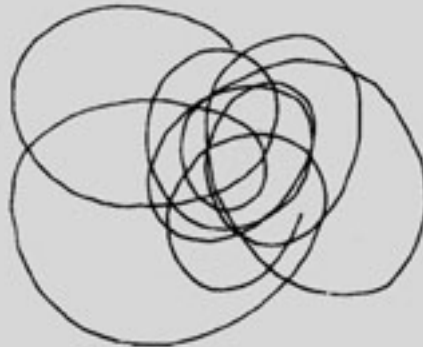


Αμέσως μετά ο κύκλος μετατρέπεται σε σπείρα:



Τα σχήματα αυτά έχουν μια αξιοσημείωτη ομοιότητα με τα πρώτα ιχνογραφήματα των παιδιών. Και σ' αυτά διακρίνονται καθαρά ο κύκλος και η σπείρα.

Καθώς αρχίζει η γνωριμία με τον χώρο, η κίνηση μεταβάλλεται:



Είναι φανερό ότι οι εμπειρίες με την κίνηση βοηθούν στην κατανόηση των σχέσεων μέσα στον χώρο.

Στη διάρκεια του παιχνιδιού παρουσιάζονται αρκετές μαθηματικές δυνατότητες. Το παιδί χρησιμοποιεί μπάλες διαφόρων μεγεθών, που έχουν γίνει από διαφορετικά υλικά. Όλες, όμως, έχουν μια κοινή ιδιότητα: είναι σφαιρικές.

Μπορεί να χρησιμοποιήσει, επίσης, στεφάνια διαφόρων μεγεθών, φτιαγμένα από διάφορα υλικά. Και αυτά έχουν μια κοινή ιδιότητα: είναι κυκλικά. Αν ένα στεφάνι λυγίσει ή σπάσει, δεν μπορεί πια να κυλήσει κανονικά. Αν μια μπάλα ξεφουσκώσει και χάσει το σχήμα της, δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί όπως πρώτα.

Παίζοντας «σκοινάκι» με διάφορους τρόπους, το

παιδί αποκτά εμπειρίες σχετικές με την έννοια του μήκους. Πόσο μεγάλο πρέπει να είναι το σκοινάκι για κάθε παιδί;



5. Παιχνίδια - κατασκευές

Όταν υπάρχει μια αρκετά μεγάλη προμήθεια από κύβους, τουβλάκια και κουτιά διαφόρων σχημάτων και μεγεθών, το δημιουργικό παιχνίδι των παιδιών γίνεται πιο πλούσιο και παρουσιάζονται πολλές μαθηματικές δυνατότητες.

α) Πολύ μεγάλες κατασκευές

Μόλις η διάθεση για δημιουργικό παιχνίδι αρχίσει να εμφανίζεται σ' ένα μικρό παιδί, τότε αυτό αισθάνεται την επιθυμία να παίξει μέσα σ' ένα σπίτι, μια βάρκα, ένα αεροπλάνο ή ένα αυτοκίνητο που να το έχει φτιάξει μόνο του.

Αν δεν υπάρχει τίποτε άλλο διαθέσιμο, θα μπει κάτω από ένα τραπέζι ή μια καρέκλα ή θα χωθεί ανάμεσα στα κλαδιά ενός δέντρου.

Αν υπάρχει χώρος στο χολ, στον διάδρομο ή στην

αυλή, θα ήταν καλό να προμηθευτούμε μερικά αντικείμενα για μεγάλες κατασκευές: τελάρα για φρούτα, κουτιά, βαρελάκια, τούβλα, ένα παλιό τραπέζι, μικρές σανίδες, λάστιχα αυτοκινήτων, σκοινιά, παλιά τιμόνια, ζώνες, μεγάφωνα, χερούλια, διακόπτες κλπ. – αντικείμενα που δίνουν την ευκαιρία στο παιδί να φτιάξει μεγάλες κατασκευές. (Προσέχουμε, βέβαια, να μη δημιουργούν κινδύνους για το παιδί.)

β) Κατασκευές στο πάτωμα ή στο τραπέζι

Ακόμα και αν δεν υπάρχει χώρος για να γίνουν μεγάλες κατασκευές, μέσα στις οποίες να μπορεί το παιδί να παίξει, θα πρέπει να προμηθευτούμε μικρότερα τουβλάκια, που δεν χρειάζονται μεγάλο χώρο για αποθήκευση και που μπορεί το παιδί να τα βάζει στο πάτωμα του δωματίου του ή πάνω σ' ένα τραπέζι.

Τα τουβλάκια αυτά μπορεί να είναι από χαρτόνι, πεπιεσμένο χαρτί ή πλαστικό. Θα χρησιμοποιηθούν για να κατασκευαστούν πόλεις, πύργοι, αεροδρόμια, δρόμοι, λιμάνια, κάστρα, ζωολογικοί κήποι, σιδηροδρομικοί σταθμοί κλπ.

γ) Πλακάκια (Playmobil, Lego κλπ.)

Πλακάκια διαφόρων σχημάτων και μεγεθών μπορούν να χρησιμοποιηθούν, είτε μόνα τους είτε μαζί με τα τουβλάκια, ώστε τα παιδιά να φτιάξουν βάσεις για τις κατασκευές τους, δρόμους, μονοπάτια κλπ.

Οι κατασκευές με Playmobil και (αργότερα) με Lego είναι πολύ σημαντικές όχι μόνο ως δημιουργικές δραστηριότητες, αλλά και ως μέσα ανάπτυξης μαθηματικών

δεξιότητων και εννοιών. Με την προϋπόθεση, βέβαια, ότι δεν συναρμολογούν οι γονείς (!) τα προτεινόμενα σχέδια, αλλά αφήνουν το παιδί να αυτοσχεδιάζει και να δημιουργεί τις δικές του κατασκευές (συνήθως γεμάτες φαντασία και αφαίρεση).

Επίσης, η προσπάθεια συναρμολόγησης διαφόρων παζλ βοηθάει ιδιαίτερα την ανάπτυξη ορισμένων μαθηματικών εννοιών.

Μαθηματικές έννοιες

Καθώς παίζουν, τα παιδιά αποκτούν εμπειρίες σχετικές με το μοίρασμα, την αρίθμηση και την αντιστοιχία. Επίσης, κάνουν πολλές συγκρίσεις. Τοποθετούν μαζί αντικείμενα τριών διαστάσεων, βρίσκοντας ποιες επιφάνειες ταιριάζουν καλύτερα, με ποια τούβλα φτιάχνονται πιο στέρεοι τοίχοι, ποιες επιφάνειες ισορροπούν ευκολότερα κλπ.

Η αποθήκευση των υλικών προσφέρει ευκαιρίες για να εκμεταλλευτούμε όσο γίνεται καλύτερα έναν περιορισμένο χώρο. Οι γονείς ξέρουν πόσο συχνά τα μικρά παιδιά δεν καταφέρνουν να εκμεταλλευτούν τον χώρο: θα πουν πως δεν υπάρχει αρκετός χώρος σ' ένα κουτί και, φυσικά, με τον τρόπο που τοποθετούν τα αντικείμενα μέσα σ' αυτό πραγματικά δεν υπάρχει. Αλλά με την πρακτική και τις εμπειρίες τους τα παιδιά θα μάθουν πώς να χρησιμοποιούν αποτελεσματικά τον διαθέσιμο χώρο και πώς τα διάφορα κομμάτια θα πρέπει να μπαίνουν πάνω, δίπλα ή το ένα μέσα στο άλλο.

Λεξιλόγιο

Αυτό περιγράφει χώρο, σχήματα και μεγέθη. Οι λέξεις «μεγάλο», «πιο μεγάλο» και «μικρό» πρέπει σιγά-σιγά να δίνουν τη θέση τους σε άλλες, που περιγράφουν με μεγαλύτερη σαφήνεια το μήκος, το πλάτος, το βάθος, το ύψος, τον χώρο ή το βάρος των αντικειμένων. Αν ένα παιδί ρωτηθεί με ποιον τρόπο ένα τούβλο είναι μεγαλύτερο από ένα άλλο, θα πρέπει να σκεφτεί, να βρει λέξεις που να εκφράζουν τις σκέψεις του.

Αν το αναγκαίο λεξιλόγιο δεν έχει ακόμη αποκτηθεί, αν οι διάφορες έννοιες δεν έχουν ξεκαθαριστεί ή αν η κατανόηση δεν είναι πλήρης, τότε μέσα από το παιχνίδι δίνεται η ευκαιρία στο παιδί να μάθει και στον γονιό να ανακαλύψει περισσότερα γύρω από τις ικανότητες του παιδιού.

Για την περιγραφή του σχήματος αντικειμένων όπως είναι τα τούβλα, τα κουτιά, τα πλακάκια κλπ. αρκεί να χρησιμοποιηθούν μόνο οι πιο συνηθισμένες λέξεις. Η λέξη «πλευρά» χρησιμοποιείται και με την έννοια της έδρας και με την έννοια της ακμής.

Τα τούβλα που έχουν τετραγωνικές έδρες μπορούν, πολύ σύντομα, να ονομαστούν «κύβοι», αλλά στην περιγραφή των άλλων στερεών θα συνεχίσουμε να χρησιμοποιούμε όρους όπως «ορθογώνιο», «τρίγωνο» ή «κύκλος» (και θα αποφύγουμε όρους όπως «πρίσμα», «παράλληλεπίπεδο», «σφαίρα» κλπ.). Αργότερα θα πρέπει να αρχίσουν να χρησιμοποιούνται λέξεις όπως «επιφάνεια», «επίπεδο», «ευθεία», «κύκλος», «καμπύλη» και «γωνία».

ΜΕΡΟΣ ΤΕΤΑΡΤΟ

1. Αντιστοιχία «ένα με ένα»

Υπάρχει μεγάλη απόσταση ανάμεσα στην πρώτη αντίληψη ενός συνόλου και στην πραγματική κατανόηση του αριθμού, η οποία συντελείται βαθμιαία.

Τα παιδιά, σχετικά νωρίς, ξεχωρίζουν τα δύο από τα τρία αντικείμενα. Δεν θα πρέπει, όμως, από αυτό το γεγονός να συμπεράνουμε πως μπορούν αυτόματα να προχωρήσουν και στα 4, 5, 6, ... αντικείμενα.

Πραγματικά, είναι πολύ εύκολο να ξεγελαστούμε από τη φαινομενική ικανότητα των μικρών παιδιών να μετρούν ή ακόμα και να κάνουν πολύ στοιχειώδεις πράξεις. Καταλαβαίνουν, όμως, πραγματικά ότι ο αριθμός των αντικειμένων ενός συνόλου δεν αλλάζει όταν τα αντικείμενα αλλάζουν θέσεις; Ή ότι οι αριθμοί μπορούν να μπουν σε μια καθορισμένη σειρά 1, 2, 3, ... έτσι ώστε κάθε αριθμός να είναι μεγαλύτερος από τον προηγούμενο και μικρότερος από τον επόμενο στη σειρά;

Αρκετές εμπειρίες είναι αναγκαίες μέχρι να κατανοηθούν αυτές οι έννοιες. Εμπειρίες σχετικές με την αντιστοιχία «ένα με ένα», το αμετάβλητο του αριθμού, τη διάταξη και την έννοια του «περιέχεται» είναι σημαντικές στην προσπάθεια για την κατανόηση του αριθμού. Αυτές τις έννοιες θα δούμε στα παρακάτω.

Ένα από τα πειράματα του Πιαζέ (που θεμελίωσε την Πειραματική Ψυχολογία και ανακάλυψε τα στάδια ανάπτυξης του παιδιού) αναφέρεται στην αντιστοιχία.

Παρουσιάστηκαν σε παιδιά έξι αβγοθήκες και ένας σωρός από αβγά:



Τους ζητήθηκε να πάρουν μερικά αβγά έτσι ώστε να υπάρχει ένα αβγό για κάθε αβγοθήκη. Τα παιδιά που βρίσκονταν στο πρώτο στάδιο της ανάπτυξής τους ήταν αδύνατο να κάνουν αυτή τη δουλειά. Τα παιδιά που βρίσκονταν στο δεύτερο στάδιο ήταν ικανά να αντιστοιχίσουν ένα αβγό με κάθε αβγοθήκη κι έτσι να φτάσουν στο σωστό σύνολο.

Πάντως, αν τα αβγά έβγαιναν από τις αβγοθήκες και τοποθετούνταν σε μια γραμμή που εκτεινόταν πέρα από εκείνη που σχημάτιζαν οι αβγοθήκες, τα παιδιά νόμιζαν πως τα αβγά ήταν τώρα πιο πολλά από τις αβγοθήκες.



Αυτό συνέβαινε ακόμα και όταν είχε περάσει μόνο μισό λεπτό από τη στιγμή που τα ίδια τα παιδιά είχαν βάλει τα αβγά στις αβγοθήκες.

Εμπειρίες αντιστοιχίας με πολλούς τρόπους και σε διαφορετικές καταστάσεις βοηθούν τα παιδιά να γνωρίσουν τις ιδιότητες των αριθμών.

Η αντιστοιχία παρουσιάζεται εντελώς φυσικά, στο σπίτι, πάνω στη βάση:

«Ένα για σένα και ένα για τη μαμά και ένα για μένα».

Το παιδί δίνει ένα μπισκότο στον καθένα, βοηθάει στο στρώσιμο του τραπέζιου (ένα πιάτο για κάθε άτομο), παίζει με τις κούκλες (ένα σκέπασμα για κάθε κούκλα) κλπ.

Η ίδια κατάσταση, φυσικά, θα παρουσιαστεί και στη ζωγραφική. Για παράδειγμα, ένα χαρτί για κάθε σχέδιο, ένα πινέλο για κάθε βάζο με μπογιά κλπ.



Το λεξιλόγιο που θα χρησιμοποιηθεί για να συζητηθούν αυτές οι εμπειρίες θα περιέχει λέξεις και φράσεις όπως: αρκετά, περισσότερα από, λιγότερα από, ένα για τον καθένα, πάρα πολλά, όχι αρκετά, πολύ λίγα.

Η αντιστοιχία είναι στενά συνδεδεμένη με την έννοια του αμετάβλητου του αριθμού. Όπως με τα αβγά και τις αβγοθήκες, ένα παιδί μπορεί αμέσως να συμφωνήσει πως υπάρχει ο ίδιος αριθμός βόλων στις παρακάτω δύο σειρές:



Αλλά, αν η δεύτερη σειρά αραιώσει, μπορεί να πει πως υπάρχουν πιο πολλοί βόλοι στη δεύτερη σειρά παρά στην πρώτη:



Σε ένα κατοπινό στάδιο το παιδί μπορεί να «δει» πως ο αριθμός είναι ο ίδιος στην περίπτωση που υπάρχουν πέντε βόλοι σε κάθε σειρά, όχι όμως και στην περίπτωση που υπάρχουν, ας πούμε, δώδεκα.

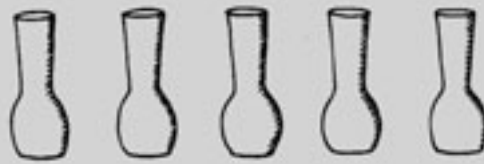
Ακόμα και η μέτρηση δεν βοηθάει πάντα: σε ένα ορισμένο στάδιο (γύρω στα έξι του χρόνια) ένα παιδί μπορεί πολύ καλά να λέει πως υπάρχουν πέντε βόλοι σε κάθε σειρά και ταυτόχρονα να είναι βέβαιο πως είναι πιο πολλοί βόλοι στη δεύτερη σειρά! Υπάρχει μια σύγκρουση ανάμεσα σ' αυτό που βλέπει (φαινομενικά περισσότεροι βόλοι στη δεύτερη σειρά) και σ' αυτό που ξέρει, ότι δηλαδή τους έχει αντιστοιχίσει έναν με έναν (ένας μαύρος - ένας άσπρος). Στην πραγματικότητα, το «πέντε» μπορεί για το παιδί να είναι μόνο ένα όνομα..

Είναι σημαντικό για τον γονιό να ξέρει το στάδιο ανάπτυξης στο οποίο βρίσκεται το παιδί, για να του προσφέρει τις ανάλογες εμπειρίες.

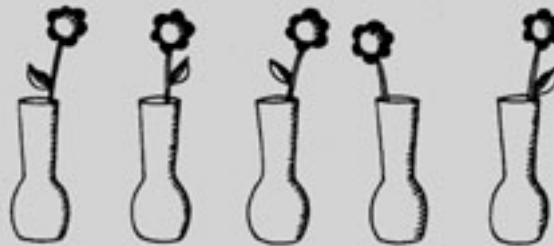
Να ένα μπουκέτο λουλούδια:



Να και μερικά βάζα:



Το παιδί μπορεί να βάλει ένα λουλούδι σε κάθε βάζο:

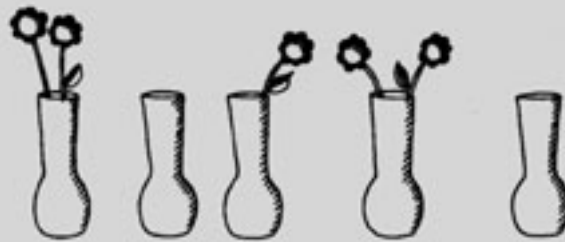


Βλέπει πως υπάρχουν τόσα λουλούδια όσα και βάζα.

Εδώ έχει βάλει όλα τα λουλούδια σε ένα βάζο, αφήνοντας τα άλλα τέσσερα άδεια:



Στην επόμενη εικόνα έχει τοποθετήσει τα λουλούδια με έναν άλλο τρόπο:



Όταν το παιδί είναι βέβαιο πως με οποιονδήποτε τρόπο και αν τα τοποθετήσει υπάρχουν πάντα τόσα λουλούδια όσα και βάζα, η έννοια του αμετάβλητου σ' αυτή τη συγκεκριμένη κατάσταση έχει εδραιωθεί.

Μπορούμε να ζητήσουμε από το παιδί να συγκρίνει αριθμητικές ποσότητες χωρίς να μετρήσει τα αντικείμενα, αλλά αντιστοιχίζοντάς τα ένα με ένα:

- Έχεις τόσα μολύβια όσα και ο Πέτρος;
- Έχουμε τόσες καραμέλες ώστε να πάρει από μία ο καθένας μας;
- Υπάρχουν πιο πολλά πράγματα σ' αυτόν τον σωρό ή σ' εκείνον;

Μια τέτοια σύγκριση διαφόρων συνόλων βοηθάει να κατανοηθεί ότι ο αριθμός των αντικειμένων ενός συνόλου είναι ανεξάρτητος από τις άλλες ιδιότητες αυτών των αντικειμένων (μέγεθος, σχήμα, χρώμα κλπ.).

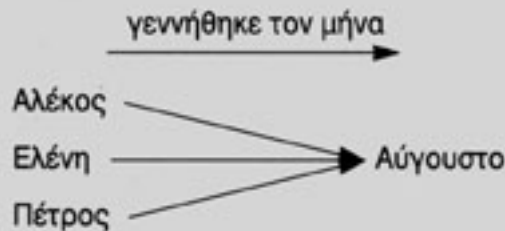
2. Άλλοι τύποι αντιστοιχίας

Υπάρχουν πολλές περιπτώσεις, μέσα κι έξω από το σπίτι, στις οποίες η αντιστοιχία δεν είναι «ένα με ένα». Αφού το παιδί γίνει ικανό να αντιμετωπίζει την αντιστοιχία «ένα με ένα», μπορεί να προχωρήσει και σε περιπτώσεις όπως:

Ο καθένας μας έχει δύο μάτια
αφτιά
χέρια
πόδια κλπ.

Ο καθένας μας φοράει δύο παπούτσια
κάλτσες
γάντια κλπ.

Ένα άλλο παράδειγμα της αντιστοιχίας «πολλά με ένα» φαίνεται στο παρακάτω διάγραμμα, όπου το βέλος σημαίνει «γεννήθηκε τον μήνα»:



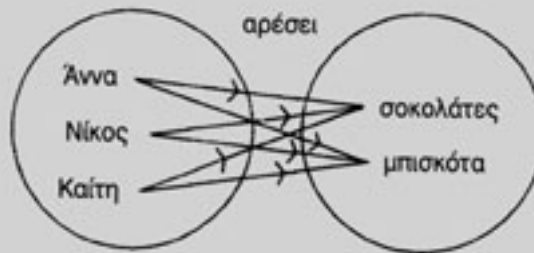
Εμπειρίες αντιστοιχίας «πολλά με ένα» μπορούν να υπάρξουν αρκετές στο σπίτι:

Το παιδί μπορεί να σκεφτεί πως κάνει πολύ κρύο και άρα κάθε κούκλα χρειάζεται τρεις κουβερτούλες.

Οι καραμέλες που αγόρασε η μαμά μπορούν να μοιραστούν σε δύο ή περισσότερα μωλ.

Ένα μπουκέτο λουλούδια που έφερε το παιδί μπορεί να μοιραστεί έτσι ώστε να μπουν τέσσερα λουλούδια σε κάθε βάζο.

Φυσικά, υπάρχουν και αντιστοιχίες «πολλά με πολλά», όπως:



Θα συναντηθούν όλοι αυτοί οι τύποι αντιστοιχίας, αλλά οι αντιστοιχίες «ένα με ένα» και «πολλά με ένα» μάς ενδιαφέρουν περισσότερο.

3. Η έννοια της διάταξης

Τα προηγούμενα οδηγούσαν στην αντίληψη ότι ο αριθμός εκφράζει το πλήθος συγκεκριμένων αντικειμένων. Για παράδειγμα, ο αριθμός «δύο» είναι μια γενίκευση για όλα τα δυνατά ζεύγη: δύο μήλα, δύο αρκούδες, δύο χαλιά, δύο όνειρα, δύο μάτια, δύο ταινίες, δύο ιδέες, δύο πράγματα...

Μια άλλη σημαντική ιδιότητα των αριθμών είναι ότι μπορούν να συγκριθούν μεταξύ τους τοποθετούμενοι σε μια σειρά: ένα, δύο, τρία, τέσσερα, πέντε, ...

Το τρία είναι μεγαλύτερο από το δύο, είναι όμως και μικρότερο από το τέσσερα.

Η διάταξη των αριθμών 1, 2, 3, 4, ... είναι μια πολύ προχωρημένη έννοια και θα πρέπει πρώτα να γυρίσουμε στην πιο στοιχειώδη έννοια της «σειράς».

Ακόμα και οι σχέσεις «είναι μεγαλύτερο από», «είναι ψηλότερο από», «είναι λεπτότερο από» είναι πιο πολύπλοκες για ένα παιδί από το να βάλει ορισμένα αντικείμενα σε μια σειρά με κάποιο τρόπο.

Η πιο απλή μορφή της διάταξης είναι όταν μερικά παιδιά μπαίνουν στη «γραμμή», οπότε ο Γιώργος βλέπει πως είναι μπροστά από τον Γιάννη και την Καίτη, αλλά πίσω από τον Πέτρο και τη Μαρία.

Τα παιδιά μπορούν να αποκτήσουν πολλές εμπειρίες προσπαθώντας να επαναλάβουν μια δοσμένη σειρά από σχήματα:



Βέβαια, θα πρέπει να προμηθευτούμε αρκετά από

αυτά τα σχήματα (ίσως και άλλα – υπάρχουν τέτοια πλαστικά σχήματα σε μορφή παιχνιδιών, αλλά μπορούμε να τα κατασκευάσουμε εύκολα και από χαρτόνι). Ως συνήθως, τα παιδιά μαθαίνουν «κάνοντας»: πιάνοντας τα σχήματα και επαναλαμβάνοντας τη σειρά με την οποία τα βλέπουν τοποθετημένα.

Πρώτα, λοιπόν, θα ζητήσουμε από το παιδί να φτιάξει μια ίδια σειρά από σχήματα αρχίζοντας, ας πούμε, από αριστερά:



Μπορεί να δει, για παράδειγμα, πως το τετράγωνο βρίσκεται δίπλα στο τρίγωνο και στα δεξιά του. Θα αρχίσει, επίσης, να αντιλαμβάνεται πως η διάταξη έχει τη μεταβατική ιδιότητα. Για παράδειγμα, αν το τετράγωνο είναι δεξιά από το τρίγωνο και το τρίγωνο είναι δεξιά από το ορθογώνιο, τότε το τετράγωνο είναι δεξιά από το ορθογώνιο.

Μπορούμε να δίνουμε εντολές όπως «δείξε μου όλα τα σχήματα που είναι δεξιά από το ορθογώνιο». (Αναφέρουμε τη λέξη «ορθογώνιο», αλλά δείχνουμε ταυτόχρονα και το αντίστοιχο σχήμα.)

Το επόμενο στάδιο είναι να δούμε αν το παιδί μπορεί να επαναλάβει τα σχήματα με την αντίθετη σειρά:



Αν το παιδί καταφέρει να κάνει αυτή τη δουλειά, αυτό σημαίνει πως έχει πραγματικά καταλάβει τη στοιχειώδη έννοια της σειράς.

Κατόπιν μπορεί να παρουσιαστεί μια σχέση του τύπου «είναι ψηλότερο από». Για παράδειγμα, ένα σύνολο από ζωγραφιές δέντρων που θα πρέπει να μπουν σε μια σειρά καθορισμένη από το ύψος τους:

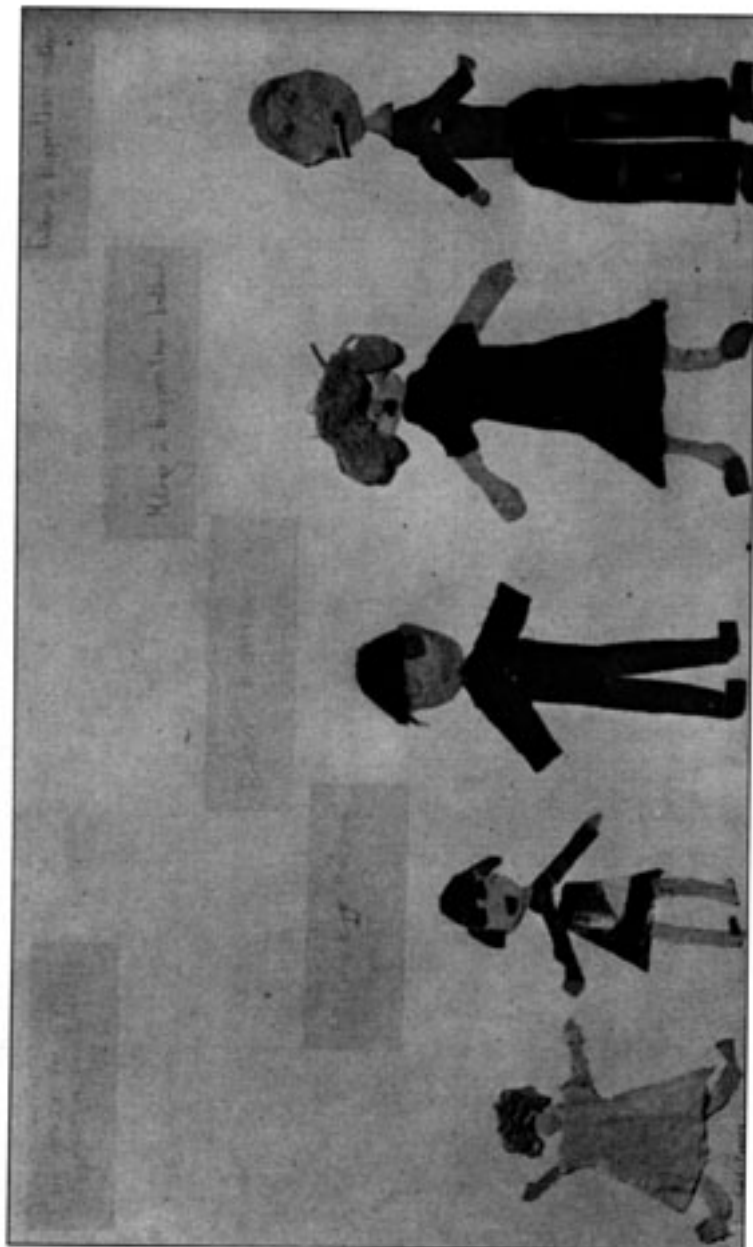


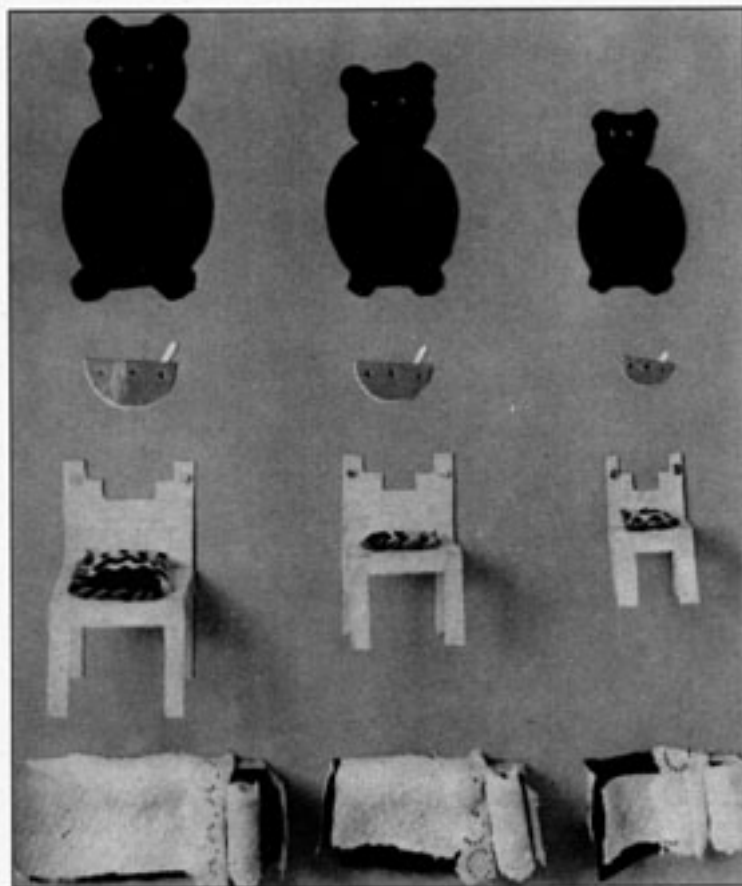
Οι διαφορές στο ύψος από δέντρο σε δέντρο δεν θα πρέπει να είναι οι ίδιες, ενώ θα πρέπει να είναι σχετικά μικρές, ώστε να αναγκάζουν το παιδί να σκεφτεί – και να βάζει τα δέντρα που θέλει να συγκρίνει το ένα δίπλα στο άλλο.

Στην αρχή το παιδί θα καταφέρνει να βάζει τα δέντρα στη σειρά, αλλά μόνο αργότερα θα μπορέσει να περιγράψει το τι κάνει.

Για να ελέγξει την κατανόηση, ο γονιός μπορεί να πει: «Δείξε μου όλα τα δέντρα που είναι μεγαλύτερα από αυτό εδώ».

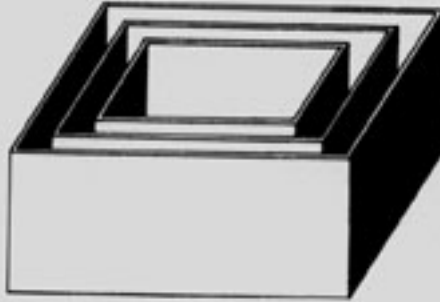
Εμπειρίες αυτού του είδους μπορεί να περιλαμβάνουν δέντρα, σπίτια, ξυλάκια κλπ. Οι «σειρές» μπορούν να σχηματίζονται είτε από το μεγαλύτερο (ψηλότερο κλπ.) προς το μικρότερο (χαμηλότερο κλπ.) είτε αντίστροφα.



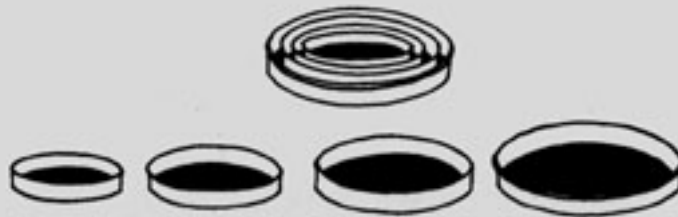


Οι εικόνες στις σελίδες 84 και 85 παρουσιάζουν πρώτες εμπειρίες σχετικές με τη διάταξη, την τοποθέτηση δηλαδή αντικειμένων σε μια σειρά ανάλογα με το μέγεθός τους. Η γραφική παράσταση της οικογένειας δείχνει την τοποθέτηση μιας οικογένειας στη σειρά από το μικρότερο μέλος της στο μεγαλύτερο. Τα τρία αρκουδάκια (και τα πράγματά τους) είναι τοποθετημένα στη σειρά από το μεγαλύτερο στο μικρότερο.

Ένα γνωστό παιχνίδι είναι το παρακάτω: Αν δεν μπει το ένα κουτί μέσα στο άλλο στη σωστή σειρά, τότε θα περισσέψουν ένα ή περισσότερα κουτιά:



Μερικά καπάκια ή κουμπιά, σε διάφορα μεγέθη, είναι υλικά πιο εύκολα στη χρήση τους:



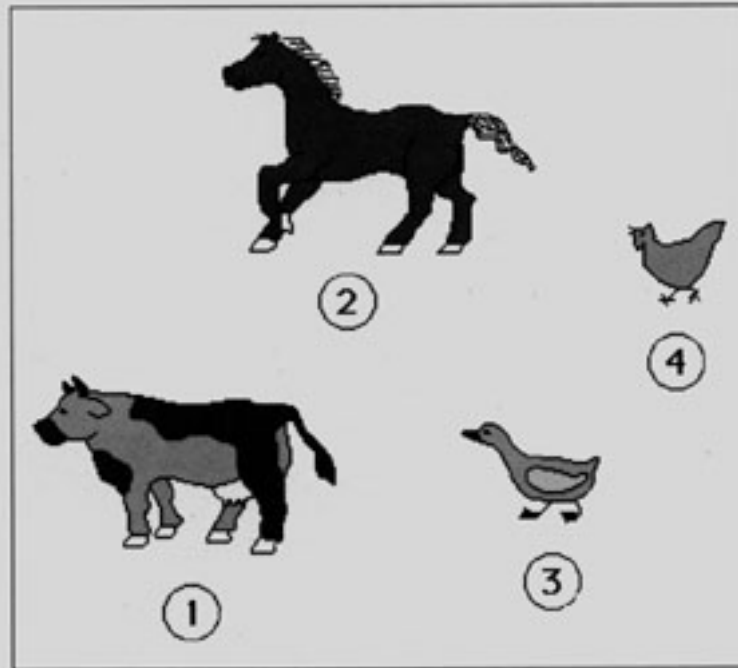
Αυτά μπορούν να μπουν το ένα πάνω στο άλλο κατά σειρά μεγέθους. Επίσης, μπορούν να μπουν σε γραμμή προς οποιαδήποτε κατεύθυνση, όπως δείχνουν τα βέλη:



Για την κατανόηση της έννοιας της διάταξης των αριθμών μια παρέα τεσσάρων παιδιών μπορεί να παίξει το παρακάτω παιχνίδι:

Κάθε παιδί κρεμάει στον λαιμό του ένα χαρτονάκι με έναν από τους αριθμούς 1 ως 4. Ζητάμε να μπουν στη σειρά. Κατόπιν αλλάζουν μεταξύ τους τα χαρτονάκια με τους αριθμούς και μπαίνουν ξανά στη (νέα) σειρά.

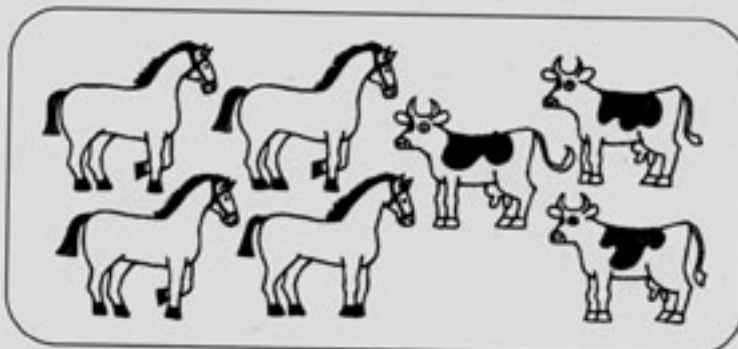
Αφού καταλάβουν την έννοια της διάταξης από το 1 ως το 4, τους ζητάμε να μπουν στη σειρά ανάποδα, δηλαδή από το 4 ως το 1.



Τέσσερα ζώα που πρέπει να μπουν σε μια συγκεκριμένη σειρά.

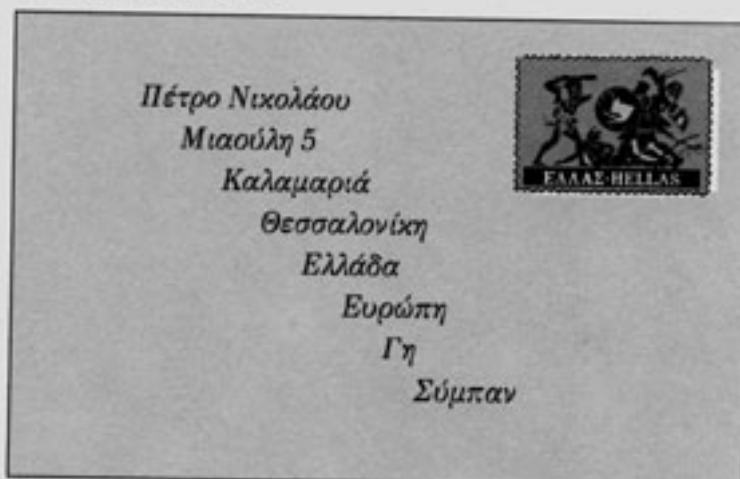
4. Η έννοια του «περιέχεται»

Η ιδέα πως, για παράδειγμα, $4 < 7$ (διαβάζεται «το 4 είναι μικρότερο από το 7») βγαίνει μέσα από εμπειρίες όπως οι παρακάτω:



Το σύνολο των 4 αλόγων περιέχεται
στο σύνολο των 7 ζώων.

Η έννοια του «περιέχεται» ενθουσιάζει τα παιδιά σε ένα επόμενο στάδιο:



Όταν το παιδί διαλέγει μερικά κουμπιά από ένα σύνολο αντικειμένων, στην πραγματικότητα παίρνει αντικείμενα από ένα μεγαλύτερο σύνολο. Αλλά συνήθως δεν το σκέφτεται αυτό. Προσπαθεί μόνο να βρει αντικείμενα που είναι παρόμοια και ξεχωρίζουν από τα άλλα. Δεν συσχετίζει τα αντικείμενα που παίρνει με το σύνολο των αντικειμένων.

Χρειάζεται να συνειδητοποιήσει δύο πράγματα: ότι τα αντικείμενα που διαλέγει είναι ένα μέρος της αρχικής συλλογής και ότι ο αριθμός των αντικειμένων που διαλέγει είναι μικρότερος από τον αριθμό των αρχικών αντικειμένων.

Η έννοια του «περιέχεται» (το μέρος περιέχεται στο όλο) δεν είναι τόσο προφανής όσο φαίνεται στους ενηλίκους.



2 μαύρα και 10 άσπρα κουμπιά.

Ένα παιδί 6 ή 7 χρόνων, βλέποντας αυτή τη συλλογή κουμπιών, μπορεί πολύ καλά να πει πως υπάρχουν περισσότερα άσπρα κουμπιά παρά μαύρα – δεν μπορεί ακόμα να συγκρίνει το μέρος (τα άσπρα κουμπιά) με το σύνολο (όλα τα κουμπιά) κι έτσι, αντί γι' αυτό, συγκρίνει τα άσπρα με τα μαύρα κουμπιά.

Αρκετές σχετικές εμπειρίες θα πρέπει να δοθούν με όλα τα είδη των υλικών, με ζώα, λουλούδια, φρούτα κλπ.



- «Είναι όλοι οι κύκλοι μαύροι;»
- «Είναι όλα τα μαύρα σχήματα κύκλοι;»
- «Είναι μερικά από τα σχήματα τετράγωνα;»

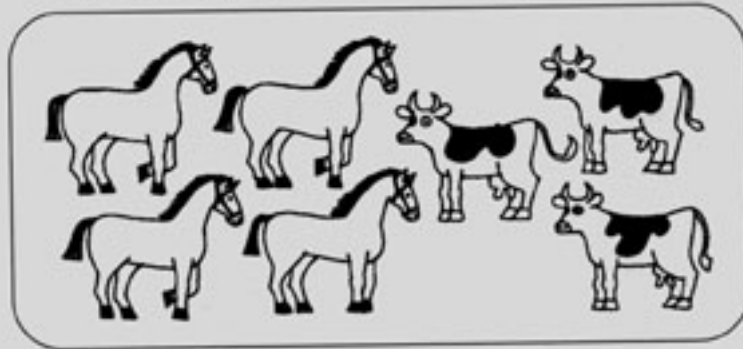
Αν περικλείσουμε τα σχήματα με κορδόνι ή σπάγκο, η κατανόηση θα είναι ευκολότερη:



Αυτές οι εμπειρίες που σχετίζονται με την έννοια του «περιέχεται» οδηγούν ακόμα πιο μακριά. Η κατανόηση της διαφοράς ανάμεσα στο «όλα» και στο «μερικά» είναι ένα μεγάλο βήμα προς την ικανότητα της λογικής σκέψης.

Μια άλλη έννοια που θα πρέπει να κατανοηθεί σχεδόν ταυτόχρονα είναι η έννοια του συμπληρώματος. Αν πάρουμε μερικά στοιχεία από ένα σύνολο και σχηματίσουμε έτσι ένα υποσύνολο, τότε τα υπόλοιπα στοιχεία σχηματίζουν το συμπλήρωμα αυτού του υποσυνόλου. Για παράδειγμα, αν πάρουμε τα αγόρια από μια σχολική τάξη, το συμπλήρωμά τους θα αποτελείται από τα κορίτσια.

Αυτό οδηγεί ξανά στην έννοια του αριθμού:



Το σύνολο των 4 αλόγων περιέχεται στο σύνολο των 7 ζώων. Το συμπλήρωμά του είναι το σύνολο των 3 αγελάδων.

«4 αλόγα και 3 αγελάδες. Όλα μαζί, 7 ζώα».

Είμαστε έτοιμοι τώρα να προχωρήσουμε στους αριθμούς και στην έννοια των δύο πράξεων, της πρόσθεσης και της αφαίρεσης.

ΜΕΡΟΣ ΠΕΜΠΤΟ

Εισαγωγή στην έννοια του αριθμού

Το παιδί πρέπει να αντιληφθεί τον αριθμό με την έννοια του πλήθους συγκεκριμένων αντικειμένων που αποτελούν ένα σύνολο (πληθικός αριθμός συνόλου = φυσικός αριθμός).

Για να δώσουμε αυτή την έννοια του αριθμού, απομονώνουμε (οπτικά) ορισμένα αντικείμενα τοποθετώντας τα μέσα σε ένα κλειστό περίγραμμα, το οποίο δεν έχει κανένα αυστηρά καθορισμένο σχήμα (για παράδειγμα, ένα κορδόνι). Δημιουργούμε, δηλαδή, το σύνολο που έχει πληθικό αριθμό τον αριθμό στον οποίο αναφερόμαστε.

Το παιδί θα πρέπει να έχει μπροστά του ένα τέτοιο περίγραμμα από κορδόνι και δίπλα του διάφορα αντικείμενα. (Για κάθε τέτοιο περίγραμμα χρειάζεται ένα κορδόνι μήκους 80 εκ. ως 1 μέτρο). Τα αντικείμενα αυτά μπορούν να είναι είτε πραγματικά (κουμπιά, βόλοι, καραμέλες, παιχνίδια κλπ.) είτε σχεδιασμένα.

Το παιδί παίζει με τα αντικείμενα, σύμφωνα με τις οδηγίες της νηπιαγωγού (ή του πατέρα και της μητέρας), με τον τρόπο που φαίνεται στις επόμενες εικόνες. Η διαδικασία αυτή δεν θα πρέπει να αρχίσει προτού το παιδί γίνει τουλάχιστον πέντε ως πεντέμισι χρόνων (γύρω στους έξι μήνες προτού πάει στην Α΄ Δημοτικού).



Ως εποπτικά μέσα μπορούν να χρησιμοποιηθούν οποιαδήποτε αντικείμενα προσιτά και ενδιαφέροντα για το παιδί, όπως παιχνίδια, εικόνες, τουβλάκια κλπ. (σχετικά μικρού μεγέθους).



Με ένα κορδόνι μπορούν να απομονωθούν οπτικά ορισμένα αντικείμενα, ώστε να γίνει καθαρά αντιληπτό το πλήθος τους.



Το παιδί έχει μπροστά του ένα κορδόνι και διάφορα αντικείμενα (παιχνίδια, εικόνες κλπ.), που τα χρησιμοποιεί σύμφωνα με τις οδηγίες της νηπιαγωγού (ή του πατέρα και της μητέρας).



Γονιός: Βάλε ένα παιχνίδι, όποιο θέλεις, μέσα στο κορδόνι σου.



Γονιός: Βάλε άλλο ένα παιχνίδι,
όποιο θέλεις, μέσα στο
κορδόνι σου.



Γονιός: Πόσα παιχνίδια έχεις
τώρα μέσα στο κορδόνι
σου;

Παιδί : Δύο.



Γονιός: Τι έκανες δηλαδή;

Παιδί : Ήταν ένα παιχνίδι,
έβαλα κι άλλο ένα και
έγιναν δύο.

Γονιός: Δηλαδή έκανες
πρόσθεση. Σκέφτηκες:
«Ένα που είχα και ένα
που έβαλα μας κάνουν
δύο».



Γονιός: Βγάλε ένα παιχνίδι,
όποιο θέλεις, μέσα από
το κορδόνι σου.



Γονιός: Πόσα παιχνίδια έχεις
τώρα μέσα στο κορδόνι
σου;

Παιδί: Ένα.



Γονιός: Τι έκανες δηλαδή;

Παιδί: Ήταν δύο παιχνίδια,
έβγαλα το ένα και
έμεινε ένα.

Γονιός: Δηλαδή έκανες
αφαίρεση. Σκέφτηκες
πως είχες δύο παιχνίδια.
Έβγαλες το ένα και σου
έμεινε ένα.



Αν υπάρχουν δύο παιδιά της ίδιας περίπου ηλικίας, το παιχνίδι αποκτά ακόμα μεγαλύτερο ενδιαφέρον.

Γονιός: Ποιο παιδί έχει τις πιο πολλές ζωγραφιές;

Παιδιά : Ο Παντελής.

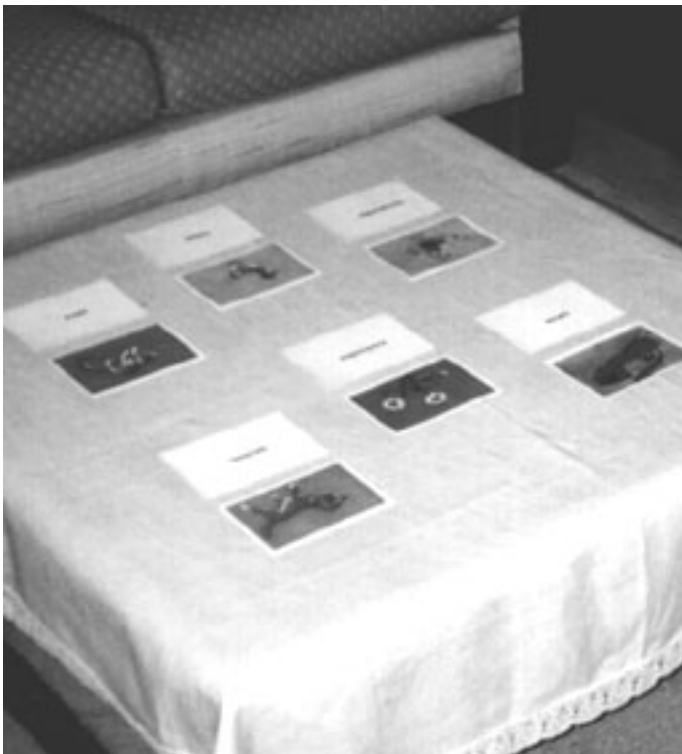


Γονιός: Το παιδί που έχει τις πιο πολλές ζωγραφιές να βγάλει μία από το κορδόνι του και να τη βάλει στο κορδόνι του διπλανού του.



*Γονιός: Ποιο παιδί έχει τώρα τις
πιο πολλές ζωγραφιές;*

Παιδιά : Η Νίκη.



*Μαζί με τις εικόνες μπορούν να
χρησιμοποιηθούν και καρτέλες
με τις λέξεις των αντικειμένων
που εμφανίζονται στις εικόνες
(σύνδεση των Μαθηματικών με
την ανάγνωση).*



Γονιός: Ο Παντελής να βάλει τις
εικόνες δύο ζώων μέσα
στο κορδόνι του.



Γονιός: Η Νίκη να βάλει τις
καρτέλες με τις λέξεις
των δύο ζώων μέσα στο
κορδόνι της.



Γονιός: Πόσες εικόνες και πόσες λέξεις είναι μέσα στα κορδόνια σας;

Παντελής: Είναι δύο εικόνες.

Νίκη : Είναι δύο λέξεις.



Γονιός: Η Νίκη να βάλει άλλη μια καρτέλα με τη λέξη ενός ζώου μέσα στο κορδόνι της.



Γονιός: Ο Παντελής να βάλει μέσα στο κορδόνι του την εικόνα του ζώου που γράφει η τρίτη καρτέλα.



Γονιός: Πόσες εικόνες και πόσες λέξεις είναι τώρα μέσα στα κορδόνια σας;

Παντελής: Είναι τρεις εικόνες.

Νίκη : Είναι τρεις λέξεις.

Στο σημείο αυτό θα πρέπει να κάνουμε μια σημαντική παρατήρηση. Εμείς οι παλιότεροι είχαμε ακούσει στο σχολείο ότι δεν μπορούμε να προσθέσουμε «ανόμοια» πράγματα. Για παράδειγμα, δεν μπορούμε να προσθέσουμε τρία μήλα και δύο αχλάδια. Αυτό δεν είναι σωστό. *Μπορούμε* να προσθέσουμε τρία μήλα και δύο αχλάδια – το αποτέλεσμα θα είναι πέντε φρούτα.

Πάντα μπορούμε να προσθέτουμε δύο οποιαδήποτε σύνολα αντικειμένων. Το αποτέλεσμα θα είναι ένα νέο σύνολο που θα περιλαμβάνει τα αντικείμενα και των δύο πρώτων συνόλων. Εκείνο που χρειάζεται να προσέχουμε είναι η *ονομασία* του νέου συνόλου, η οποία θα πρέπει να εκφράζει όλα τα αντικείμενά του.

Παραδείγματα:

Ένα τραπέζι και δύο καρέκλες είναι τρία έπιπλα.

Δύο κούκλες και δύο μπάλες είναι τέσσερα παιχνίδια.

Δύο μπλούζες και ένα παντελόνι είναι τρία ρούχα.

Αν δεν μπορούμε να βρούμε κάποιο κοινό χαρακτηριστικό για όλα τα στοιχεία του νέου συνόλου, αρκεί να πούμε ότι είναι «τόσα πράγματα».

Η χρήση των δαχτύλων στη μέτρηση

Όλα τα παιδιά, όταν αρχίζουν να μετρούν, χρησιμοποιούν τα δάχτυλά τους. Αυτό είναι κάτι πολύ φυσιολογικό και ανάγεται στην αρχή της ιστορίας του ανθρώπου. Αν, όμως, θέλουμε να ξεπεράσει το παιδί αυτό το (πρωτόγονο) στάδιο –για να προχωρήσει στη σύγχρονη μαθημα-τική σκέψη–, θα πρέπει να ξεφύγει από τη χρήση των δαχτύλων του.

Πρέπει να γνωρίζουμε πως, αν το παιδί εξακολουθεί να χρησιμοποιεί τα δάχτυλά του για τους στοιχειώδεις μαθηματικούς υπολογισμούς και μετά το τέλος της Α΄ τάξης, τότε θα έχει τεράστια προβλήματα στην κατανόηση των μαθηματικών εννοιών στις επόμενες τάξεις. Και αυτό γιατί η χρήση των δαχτύλων σημαίνει πως δεν έχουν αισθητοποιηθεί¹ οι αριθμοί από το 1 ως το 20 (που αποτελούν το αντικείμενο διδασκαλίας στην Α΄ Δημοτικού) ούτε οι πράξεις (πρόσθεση και αφαίρεση) με τους αριθμούς αυτούς.

Η έννοια της «επανάληψης»

Δυστυχώς, πολλοί εκπαιδευτικοί και γονείς εξακολουθούν και σήμερα να θεωρούν πως «η επανάληψη είναι μητέρα της μάθησης». Βέβαια, αυτή η άποψη είναι σωστή αν με τον όρο «μάθηση» εννοούμε την «αποστήθιση» (για κάποιο χρονικό διάστημα) μερικών λέξεων ή ενός κειμένου. Δηλαδή, το παιδί μπορεί να μάθει κάποτε (με τη συνεχή επανάληψη) «σαν ποίημα» ότι $8+5=13$. Φυσικά, αυτό το «ποίημα» σύντομα θα το ξεχάσει, μαζί με όλα τα άλλα αντίστοιχα «ποιήματα» (που είναι εκατομμύρια), τα οποία θα γίνουν ένας σωρός από ασύνδε-τες λέξεις ανακατεμένες μέσα στο μυαλό του.

Αυτός, όμως, είναι ο στόχος μας στη διδασκαλία των Μαθηματικών; Προφανώς όχι. **Στόχος είναι να κατανοήσει το παιδί τις μαθηματικές έννοιες.** Δεν θέλουμε να θυμάται «απέξω» **απολύτως τίποτα**. Θέλουμε να καταλάβει πώς θα βρίσκει οτιδήποτε, οποτεδήποτε, με δική του πρωτοβουλία, χρησιμοποιώντας τις βασικές λογικο-μαθηματικές έννοιες.

Αν αναγκάσουμε το παιδί να γράψει σήμερα είκοσι φορές την ισότητα $5+2=7$, την άλλη βδο-μάδα είναι βέβαιο πως δεν θα τη θυμάται. Και θα του έχει δημιουργηθεί αποστροφή για οποιαδήποτε ανάλογη διαδικασία.

Πώς θα γίνει, όμως, η λεγόμενη «εμπέδωση των γνώσεων»; Δεν χρειάζεται κάποιου είδους «επανάληψη»; Η απάντηση είναι: ναι, αλλά «**διαφοροποιημένη**

¹ Βλέπε στο άρθρο «Γραφή και Ανάγνωση στην εποχή της Πληροφορικής».

επανάληψη». Δεν θα επι-βάλλουμε στο παιδί να λέει ή να γράφει πολλές φορές το ίδιο πράγμα. Για παράδειγμα, δεν θα το αναγκάσουμε να πει ή να γράψει πολλές φορές την ισότητα $5+2=7$, αλλά το ερώτημα «πόσο κάνει $5+2$;» θα πρέπει να εμφανίζεται συχνά, με διάφορες μορφές, ανάμεσα σε μια **ποικιλία** άλλων ερωτημάτων, **διαφορετικών** κάθε φορά.

Η εξάσκηση του παιδιού θα πρέπει να έχει καθημερινά τη μορφή ενός **τεστ**: ποικιλία ερωτή-σεων που αναφέρονται σε όλη (ή σε ένα μεγάλο μέρος) της ύλης που μέχρι εκείνη τη μέρα έχει διδαχτεί. Χωρίς, όμως, να αντιμετωπίζουμε και τα αποτελέσματα αυτού του καθημερινού «τεστ» με την έννοια της αξιολόγησης. Η εξάσκηση γίνεται με σκοπό την κατανόηση και όχι τη βαθμολόγηση.